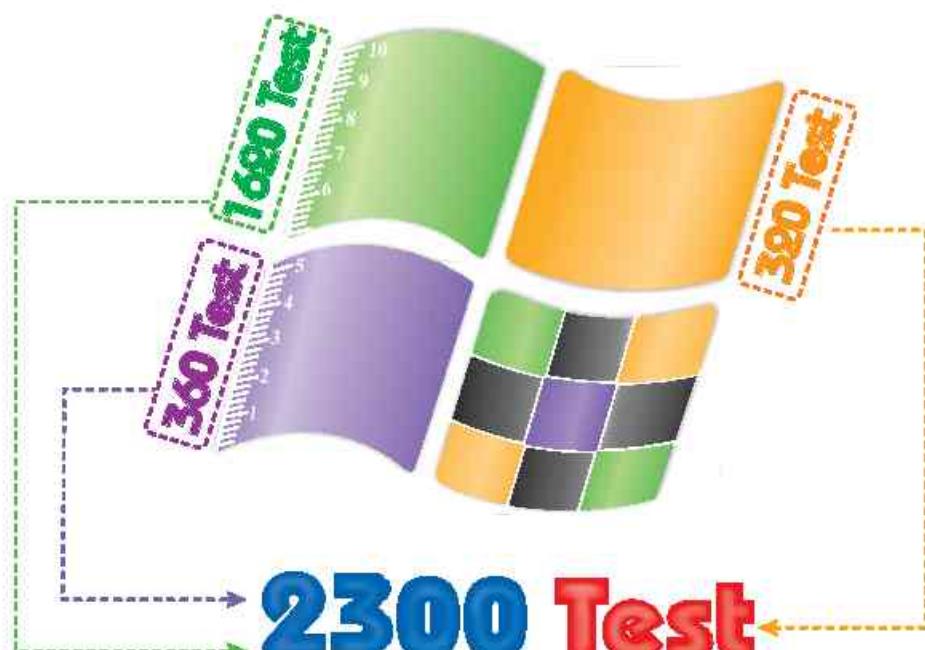


اسان نهادن به دینی آئند نه رحمق!

آن با توجه آموزش رشاد رحمق می شوند!!!

«برآوردها»



# Geometry

10+11+12

این نسل از کتاب‌های ریاضی میکروگه با وسوسات خاصی تهیه شده، ترکیبی است از ۳ کتاب با ۳ استراتژی مختلف:

کتاب اول: تست‌های واجب و ضروری

کتاب دوم: تست‌های ویژه تسلط و تلیست و مرور

کتاب سوم: تست‌های IQ و چالشی ویژه دانش آموزان مدارس برتر

IR-MCI LTE

00:00 AM

100 %



دستیت غیربرجهت اگاهی از اخترین اخبار و  
اطلاعات کتابهای مبتنی بر شده لطفا به  
سایت [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir) مراجعه نمایید



انتشارات بین المللی گاج

مهندس ابوالفضل جوکار

مهندس محمد جوکار

مهندس علی منصف شکری

هندسه جامع کنکور

علی منصف شکری - محمد رضا حسینی فرد

پهلوان

مرجان جلال

مرجان جلال [ همکاران: فاطمه فرهنگی، الهی گنجی ]

منصور سماواتی - کاوه پژوهان

مینا بابا احمدی فرد

گاج

علی مرزاعی

اول (۱۴۰۰)

۳۰۰۰ نسخه

۱۴۷۰۰ تومان

۱۳۱۵۰ - ۲۷۷

۲۱ - ۶۸۲۰

فروشگاه مرکزی - تهران - میدان انقلاب - نیش بازارچه کتاب

# هیکرو

# طبقه بندی

هندسه  
جامع  
کنکور

جلد اول

بانک تست

پاسخ نامه  
تشریحی

شناسنامه

سرنشیمه نسخه کنکور (۱۴۰۱)  
بانک تست هندسه جامع کنکور  
موقتیان متفقہ شکری  
شکری از زاده حسینی فرد، محمد رضا - پهلوان جلالی  
نمودهای نظریه توان انتشارات بین المللی گاج  
نمودهای علمی انتشارات بین المللی گاج

فرهنگ این کتاب از مجموعه کتابهای مسکو و طبله بندی گاج می باشد  
پیاپی ۱۴۰۰ تومان  
تایپ ۱۴۰۰، ۱۴۰۱، ۱۴۰۲، ۱۴۰۳، ۱۴۰۴، ۱۴۰۵، ۱۴۰۶، ۱۴۰۷، ۱۴۰۸، ۱۴۰۹، ۱۴۱۰، ۱۴۱۱، ۱۴۱۲، ۱۴۱۳



کتابه حقوق این کتاب جزو انتشارات گاج معموله است. همچنین مجموعه معرفی با مجموعه  
حق گاج، و مجموعه معرفی پیشنهاد این اثر را به هر صورت آنها از هوازی، جان، کتاب، و  
جزوه تدارک و مختلطهای به معرفت مدد کاپیون معرفتی ارائه دهند. موقتیان متفقہ و  
موقتیان متفقہ انتشارات بین المللی گاج قرار گرفته

خرید آنلاین در [gajmarket.com](http://gajmarket.com)



A. Monsef. Shokri

## مقدمه مؤلف

به جای نوشن مقدمه طول و دراز و تشكراز فک و فاميل و ايل و تبار خودم و دست اندر کاران کتاب بهتر است توضیحاتی کوتاه و مهم درباره ساخت و بافت اين کتاب ارائه کنم:

**۱** این کتاب دارای سه دسته تست است:

**۲** تست های سبز: اين تست ها که شماره آنها با رنگ سبز مشخص شده است برای همه دانش آموزان واجب و ضروری است.

**۳** تست های زرد: اين تست ها که شماره آنها با رنگ زرد مشخص شده است برای دانش آموزان است که به دنبال کتاب دوم هستند.

**۴** تست های بنتش: اين تست ها که شماره آنها با رنگ بنتش مشخص شده است برای دانش آموزان مدارس پرتر و همچنین دانش آموزان است که به دنبال تست های جالش و سطح بالاتر از کنکور سراسری هستند.

**۵** ویژگی های خاص اين کتاب نست به سایر کتاب های موجود در بازار:

**۱** طراحی و معماری داخلی بسیار زیبا جذاب و مورد پسند دانش آموزان و معلمین و مشاوران

**۲** طرح تست از مقاهم و لایه های پنهان کتاب درسی

**۳** پالایش، ویرایش، نوسازی و بهسازی تمامی تست های کنکور های دهه ۹۰ و بازآفرینی آنها در قالب و چهار چوب نظام جدید

**۴** بررسی کامل تمام تمرینات مطرح شده در کتاب راهنمای معلم که یکی از منابع اصلی تست در کنکور سراسری است.

**۵** طرح تست های ترکیبی از مقاهم، اشکال و تمرینات کتاب درسی

**۶** بافت پوششی و چند لایه تست های کتاب که با حل آنها می توان ارزوایی مختلف یک مطلب را یاد گرفت و مرور کرد.

**۷** پاسخنامه فوق تشریحی و تمام رنگی کتاب که بر اساس خطهای رنگی بیمارستانی طراحی شده است و رنگ های انتخاب شده می تواند راهنمای شما در رسیدن به مقصد باشد. مثلاً به عنوان نمونه تمام جواب های آخر یا رنگ سبز مشخص شده است یا در ابتدای بعضی از پاسخ ها

فرمول یا جمله ای به رنگ صورت دیده می شود که بیان گر نکته مربوط به آن سوال است یا در تست هایی که نیاز به بررسی گزینه ها دارد گزینه friendly (کاربر پسند) می گند.

**۸** بودن کتاب برای معلمین و مدرسین کنکور به لحاظ نوع چیدمان تست ها و پرهیز از تالیف تست های تیز و خارج از چارچوب نظام جدید و کتاب درسی و گفتمان حاکم بر کنکور سراسری.

**۹** بودن کتاب برای هر سطحی از دانش آموز با هر میزان از معلومات [فیده ایان ساده به شوار تست ها زیر هر بخش همچنین نوع پاسخ زنده توییسی هنگامه به قدر که تهیه و رنگ آن و سردر آوردن از قواب های نوشته شده را آشایی می کند بلطفه این در این کرونا که رسترسی به همه معلمین بسیار سخت تر و شوار تر است و دانش آموزان با اشکالات زیادی در درک و فهم تست های اینجا آنرا

**۱۰** کتاب یک ویژگی دیگر هم دارد که ربطی به ۹ ویژگی اول ندارد و در گوشاهی از کتاب پنهان است و امکان کشف آن تا قبل از ۱۵ اسفند ۱۴۰۰ وجود ندارد و حداقل ۸ نفر ممکن است این راز را کشف کنند. اگر شما یکی از این ۸ نفر هستید در اینستاگرام این ویژگی را در دایرکت برای من بفرستید و ۸ جلد از کتاب های دور دنیا در نیم ساعت ویژه کنکور ۱۴۰۱ را هدیه بگیرید.

زمان قرعه کنی در اینستاگرام اعلام خواهد شد.

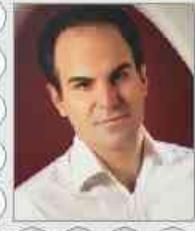
alimonsef\_shokri

&lt; Chats

...typing



کارشناس ارشد علمی :  
مهندس کیوان زاده



مؤلف همکار :  
مهند برام جلالی



سیر پست تیم ویراستاران و کارشناسی محتوی:  
دکتر حسین خرازی - مهندس محسن اصلی

## Editorial Board

ویراستاران  
علمی

A.Khavanin Zadeh	مهندس امین خوانین زاده
Dr.P. layoub	دکتر پیام طوب
Dr.A. Ashtab	دکتر آرمان آشتبا

## Scientific Expert

کارشناسی  
علمی

H. Pirzad	مهندس حسین پیرزاد
M. Dadashi	محسن داداشی
M. Sehatkar	مهندس محمد صحت کار
M. Vaezin	مهندس محمد حسین حشمت الاعظین
N. O. Shojaee	مهند نوید اورازانی شجاعی
S. Roshani	مهند سوگند روشنی

هایفانه ساعتی قبل از چاپ تاب باخبر شدیم حسین پیرزاد ازین می پرسید.  
«وخت شارویارش هندگهر»



Message





Tweet



**Bertrand Russell**   
@Bertrand 1872



از خود انسانست بی مادرگار بلندارید، نه انسان! اولین مثل را به جانوری بد است

Remind yourself of **humanity**, not man! every animal know how to reproduce

..... درس اول: ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

..... درس دوم: فارون ماتریس و دترمینان

Translate Tweet

07:30 . 5/31/20

View Tweet activity پرفسور برتراند راسل، فیلسوف، ریاضیدان، صاحب نظریه در تئوری مجموعه‌ها، جامعه‌شناس و برندهٔ نوبل ادبیات و از تأثیرگذارترین فیلسوفان و ریاضیدانان قرن ۲۰ می‌باشد.

5,337

7,412

7,120,910,208

↑

# M[atrix]<sup>m×n</sup>

CHAPTER 1

# ماتریس و کاربردها

Add another Tweet



Bertrand Russell  
1872-1970



# M[atrix]

CHAPTER 1

Lesson . 1

صفحه ۱۱۰ | کتاب: درسی

ماتریس و عملیات ماتریس‌ها

جلسه اول

Bertrand Russell

## M[atrix]

تعریف ماتریس و مفاهیم (ولید آن)

1. در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$  کدام گزینه درست نیست؟

(۱) تعداد ستون‌ها برابر ۳ است.

(۲) در هر سطر ۳ درایه وجود دارد.

(۳) در هر ستون ۳ درایه وجود دارد.

(۴) تعداد سطرها برابر ۲ است.

2. اگر تعداد سطرها و ستون‌ها در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{(n-1) \times 3}$  با هم برابر باشد، تعداد درایه‌های کدام ماتریس از سایرین کمتر است؟ $[a_{ij}]_{5 \times (n-1)}$  (۱) $[a_{ij}]_{8 \times (n-1)}$  (۲) $[a_{ij}]_{(n+1) \times 1}$  (۳) $[a_{ij}]_{n \times 1}$  (۴)3. در ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  کدام گزینه درست نیست؟ $a_{21} = 1$  (۱) $a_{11} = 2$  (۲) $a_{11} = 2$  (۳) $a_{11} = 1$  (۴)4. در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$  درایه‌های به صورت  $a_{j1}$  معرف درایه‌های است و دامنه  $j$  به صورت می‌باشد.(۱) درایه‌های ستون دوم -  $3 \leq j \leq 1$ (۲) درایه‌های سطون دوم -  $1 \leq j \leq 2$ (۳) درایه‌های سطون دوم -  $1 \leq j \leq 2$ (۴) درایه‌های سطون دوم -  $1 \leq j \leq 2$ 5. در ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & x & 5 \\ 3 & -1 & 4 & y \\ 7 & 8 & 9 & x-2 \end{bmatrix}$  اگر درایه سطر اول و ستون سوم از درایه سطر سوم و ستون دوم ۵ واحد بزرگتر باشد، حاصل  $j$  کدام است؟

۳۵ (۱)

۳۴ (۲)

۳۷ (۳)

۳۶ (۴)

6. در ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  حاصل عبارت  $\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 a_{ij}$  چقدر از  $\sum_{j=1}^3 a_{1j}$  کمتر است؟

۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

## M[atrix]

بيان درایه‌های بر حسب  $j$ 7. در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$  اگر درایه واقع در سطر  $i$  و ستون  $j$  ام از رابطه  $j - i = a_{ij}$  به دست آید، مجموع درایه‌های ماتریس کدام است؟

۶ (۱)

۴ (۲)

۳ (۳)

۵ (۴)

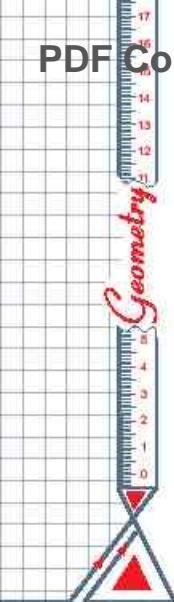
8. در ماتریس  $A = [2i - j]_{3 \times 3}$  اگر شماره سطرو  $j$  شماره ستون باشد، مجموع درایه‌های واقع بر سطودوم چقدر است؟

-۴ (۱)

۳ (۲)

-۲ (۳)

۱ (۴)



## M[atrix]

(نوع) ماتریس



10. در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  کدام درایه بالای قطر اصلی قرار دارد؟

a<sub>11</sub> (F)

a<sub>21</sub> (M)

a<sub>31</sub> (P)

a<sub>13</sub> (O)

11. در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  با فرض  $j < i$  مجموع درایه‌های ستون سوم چقدر است؟

۵ (F)

۶ (M)

۷ (P)

۸ (O)

12. در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  اگر  $i$  شماره سطر و  $j$  شماره ستون باشد، مجموع درایه‌های زیر قطر اصلی کدام است؟

۱۵ (F)

۱۲ (M)

۲۸ (P)

۲۵ (O)

13. در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$  که  $a_{ij} = \begin{cases} i - jx & ; i > j \\ ij & ; i = j \\ ix + j & ; i < j \end{cases}$  مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی با مجموع درایه‌های پایین قطر اصلی برابر باشد.

مقدار  $x$  کدام است؟

۲ (F)

۳ (M)

-۱ (P)

۱ (O)

14. اگر  $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس  $C$  کدام است؟

۲۴ (F)

۱۶ (M)

۱۵ (P)

۲۳ (O)

15. اگر ماتریس  $B$  نشان دهیم، در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  مجموع درایه‌های قطر فرعی کدام است؟

۶ (F)

۵ (M)

۴ (P)

۲ (O)

16. ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  باشد  $a_{ij} = \begin{cases} ۳ & ; i=j \\ ۰ & ; i \neq j \end{cases}$  اگر ماتریس  $A$  قطری و غیر اسکالر است.

(F) اسکالار غیر همانی

(M) قطری و همانی

(P) همانی و غیر اسکالر

17. در ماتریس واحد درایه‌های خارج برابر صفر است.

(F) قطر اصلی - قطر فرعی

(M) قطر اصلی - قطر فرعی

(P) قطر فرعی - قطر فرعی

(O) قطر فرعی - قطر اصلی

18. درایه‌های در ماتریس قطری صفر باشد.

(F) قطر فرعی - باید

(M) قطر اصلی - نمی‌تواند

(P) خارج قطر اصلی - باید

(O) خارج قطر فرعی - نمی‌تواند

19. ماتریس نوعی ماتریس است.

(F) واحد - اسکالر

(M) قطری - اسکالر

(P) قطری - واحد

(O) اسکالر - واحد

اگر  $A = |2i+j|_{2 \times 2}$  باشد، دترمینان ماتریس  $B$  کدام است؟ 301

-۲(F)

۵۲(۳)

-۵۲(۲)

-۲(۱)

اگر  $C = \begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $C$  به صورت  $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $C$  حاصل از حذف سطر آخر و ستون آخر کدام است؟ 302

-۱۹(F)

۲۹(۳)

۳۵(۲)

۱۹(۱)

اگر  $C = \begin{bmatrix} A & B^{-1} \\ B & A^{-1} \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$  و  $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $C$  حاصل از حذف سطر اول و ستون اول کدام است؟ 303

-۱۲(F)

۶(۳)

-۶(۲)

۱۲(۱)

در دستگاه  $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$  اگر ماتریس ضرایب مجهولات بوده و دترمینان ماتریس حاصل از حذف سطر اول و ستون چهارم ماتریس  $B$  کدام است؟ 304

-۴۲(F)

۴۸(۳)

-۴۸(۲)

۰(۱) صفر

اگر  $A = \begin{bmatrix} A+I & A \\ A^{-1} & A-I \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس حاصل از حذف سطر چهارم و ستون چهارم  $B$  کدام است؟ 305

-۷۷(F)

۱۱(۳)

-۱۱(۲)

۷۷(۱)

اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $AX = I$  باشد، دترمینان حاصل از حذف سطر دوم و ستون سوم ماتریس  $B = \begin{bmatrix} X & I \\ I & A \end{bmatrix}$  کدام است؟ 306

-۲(F)

-۱۰(۳)

۱(۲)

۰(۱) صفر

اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} A & A^{-1} \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $C = \begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}$  حاصل از حذف ستون چهارم ماتریس  $D = \begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix}$  کدام است؟ 307

-۹(F)

۹(۳)

۸(۲)

-۸(۱)

اگر  $A = |i-j|_{3 \times 3}$  و  $B = |ij|_{1 \times 3}$  باشد، دترمینان ماتریس مربعی  $C = \begin{bmatrix} B \\ A \end{bmatrix}$  کدام است؟ 308

۰(۱) صفر

۲(۳)

-۱(۲)

۱(۱)

اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، اختلاف دترمینان دو ماتریس  $C = \begin{bmatrix} 3 & 2 & A \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ A & 2 & 3 \end{bmatrix}$  کدام است؟ 309

-۳(F)

۲(۳)

۱(۲)

۰(۱) صفر



محاسبه سریع تر دترمینان های  $3 \times 3$  با استفاده از یک سطر یا ستون خاص



باشد، مقدار  $m-a$  کدام است؟ 310

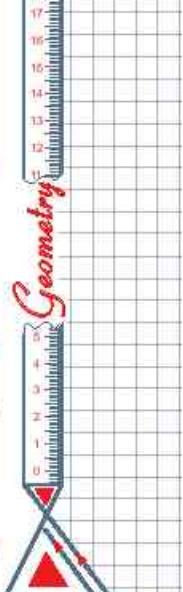
$$\begin{vmatrix} 7 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & a & 5 \end{vmatrix} = m-a \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

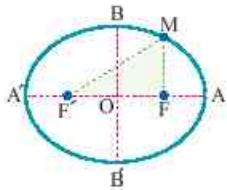
-۱۶(F)

-۱۸(۳)

۱۶(۲)

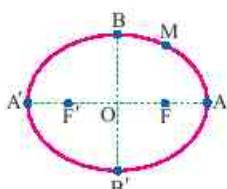
۱۸(۱)





580. نقطه M روی بیضی به اقطار ۸ و ۱۰ واحد قرار دارد. اگر F و F' کانون‌های بیضی باشند، اندازه OM چقدر باشد تا مثلث MFF' قائم‌الزاویه باشد؟  $(M=90^\circ)$

- ۳ (F)  $\sqrt{5}$  (۳)  $\sqrt{5}$  (۳)



581. نقطه M روی بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ واحد به گونه‌ای قرار گرفته که فاصله آن تا مرکز بیضی ۴ واحد است.

(تمرین کتاب درس)

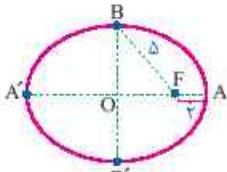
- $2\sqrt{5}$  (۳)  $2\sqrt{5}$  (۳)  $4\sqrt{3}$  (۳)

582. اگر نقاط C (۳, ۰) و B (-۳, ۰) دو رأس از مثلث ABC با محیط ۱۶ باشد، در صورتی که  $AH = \frac{3}{5}$  باشد، برای رأس A چند نقطه با مختصات (تمرین کتاب درس)

- ۴ (۲) هیچ  $\sqrt{2}$  (۳)  $2\sqrt{5}$  (۳)

## Conic Sections

دورترین و نزدیک‌ترین های مهم در بیضی [مثالیت ۳ صفحه ۴۹ کتاب درس]

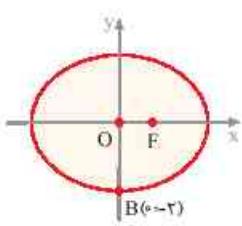


583. در بیضی شکل مقابل طول قطر کوچک چقدر است؟

- ۱۰ (۲)  $4\sqrt{3}$  (۳)  $8$  (۳)

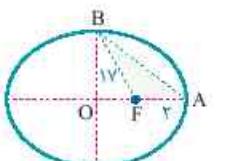
584. در یک بیضی اندازه قطر بزرگ و قطر کوچک به ترتیب ۸ و  $4\sqrt{3}$  است، فاصله یک کانون از دورترین رأس بیضی کدام است؟

- ۶ (۲)  $7$  (۳)  $5$  (F)



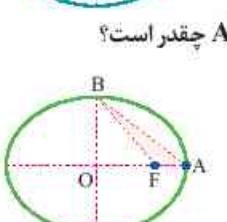
585. در بیضی مقابل حاصل ضرب بیشترین و کمترین فاصله نقاط بیضی از کانون F کدام است؟

- ۴ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $8$  (۳)



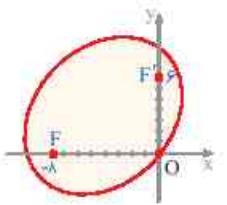
586. در بیضی شکل مقابل نقطه F کانون بیضی است. مساحت مثلث رنگ شده چقدر است؟

- ۶۰ (۲)  $8$  (۳)  $24$  (F)  $16$  (۳)



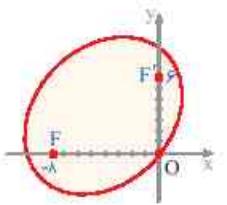
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (F)  $\sqrt{3}$  (۳)

587. در شکل مقابل F کانون بیضی است. اگر قطر بزرگ و قطر کوچک بیضی به ترتیب ۴ و  $2\sqrt{3}$  باشند، مساحت مثلث AFB چقدر است؟



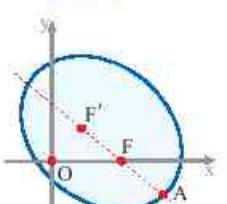
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (F)  $\sqrt{3}$  (۳)

588. در شکل مقابل F و F' کانون‌های بیضی هستند. کمترین فاصله نقاط بیضی تا یک کانون بیضی کدام است؟



- ۱ (۲)  $2$  (۳)  $1/5$  (۳)  $\sqrt{2}$  (F)

589. در بیضی شکل مقابل نقاط F(۷, ۰) و F'(۱۱, ۰) کانون و A(۱۱, -۳) یکی از رأس‌های بیضی است، در این بیضی اندازه کوچک‌ترین قطر کدام است؟



- ۱۰ (۲)  $5\sqrt{2}$  (۳)  $5$  (F)  $10\sqrt{2}$  (۳)



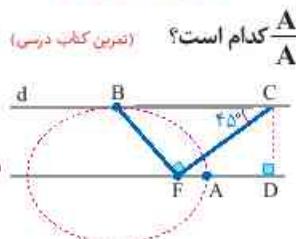
.655. در شکل زیر خط  $d$  در نقطه  $B$  بر بیضی مماس است. اگر  $F$  کانون بیضی و  $\frac{AD}{AF} = 3$  باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4}$$



.656. در بیضی شکل زیر نقطه  $F$  کانون بیضی است و خط  $d$  در رأس ناکانونی بیضی بر بیضی مماس است، حاصل  $\frac{AD}{AF}$  کدام است؟ (ضریب کتاب درس)

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

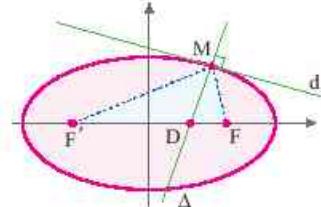
$$\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{3}$$

.657. در شکل زیر نقاط  $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی هستند و خط  $d$  در نقطه  $M$  بر بیضی مماس است و خط  $\Delta$  در  $M$  بر خط  $d$  عمود شده است. اگر خط  $\Delta$

قطربزرگ را در  $D$  قطع کند و  $\frac{DF}{MF} = \frac{1}{3}$  و اندازه قطر کوچک بیضی  $\sqrt{2}$  باشد، اندازه قطر بزرگ بیضی کدام است؟



$$1/10$$

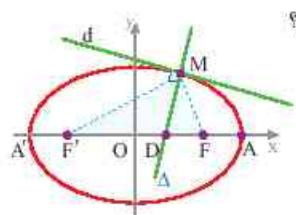
$$1/5$$

$$2/5$$

$$3/5$$

.658. در بیضی شکل زیر خط  $d$  در نقطه  $M$  واقع بر بیضی برآن مماس بوده و خط  $\Delta$  در همان نقطه بر  $d$  عمود است و محور  $x$  ها را در  $D$  قطع کرده

است. اگر  $\frac{DF}{MF} = \frac{1}{3}$  بوده و محیط مثلث  $MFF'$  برابر  $24$  باشد، بیضی محور  $x$  ها را با کدام طول مشیت قطع می‌کند؟



$$6\sqrt{2}$$

$$6\sqrt{3}$$

$$6\sqrt{3}$$

$$9$$

.659. در مستطیل به اضلاع  $6$  و  $8$  بزرگترین بیضی ممکن به کانون‌های  $F$  و  $F'$  را قرار داده‌ایم. در نقطه  $M$  خط  $d$  را بر بیضی مماس کرده‌ایم و خط  $\Delta$

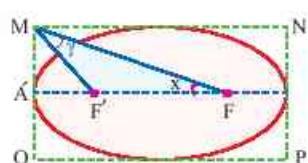
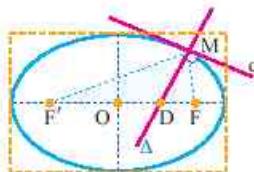
در  $M$  بر  $d$  عمود شده و محور بیضی را در  $D$  قطع کرده حاصل  $\frac{DF}{MF}$  کدام است؟

$$0/4$$

$$0/3$$

$$0/6$$

$$0/8$$



.660. در بیضی مقابله خروج از مرکز برابر  $\frac{1}{3}$  و اندازه قطر بزرگ برابر  $4$  است، زاویه  $\hat{MFA}'$  کدام است؟

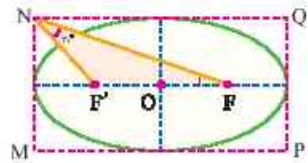
$$60^\circ$$

$$30^\circ$$

$$75^\circ$$

$$45^\circ$$

.661. در شکل مقابله نقاط  $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی هستند، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

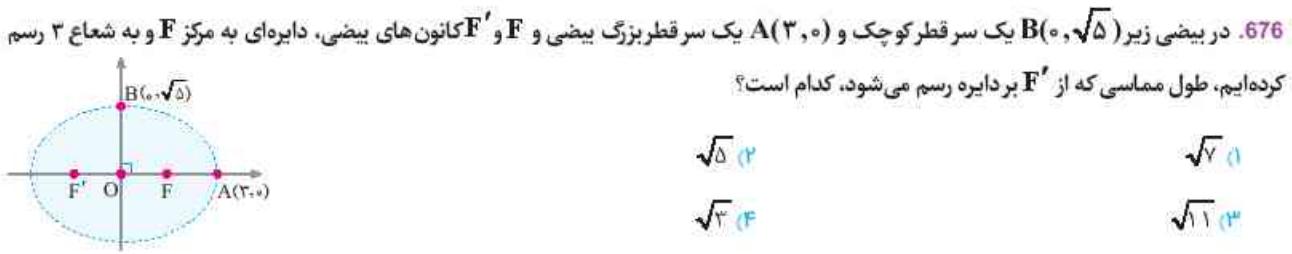


$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3}$$

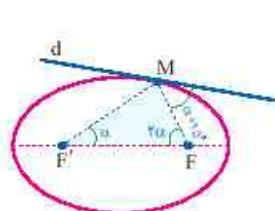
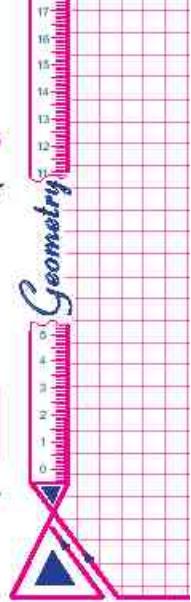
$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$



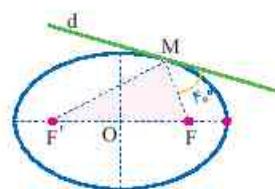
## Conic Sections

### خواص خطوط مماس بر بیضی



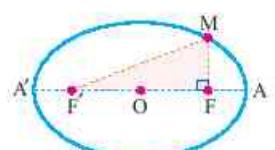
677. در شکل زیر خط d در نقطه M بر بیضی مماس است.  $\alpha$  چقدر است؟

- ۴۵° (۱)  
 ۳۰° (۲)  
 ۴۰° (۳)  
 ۱۵° (۴)



678. در شکل زیر خط d بر بیضی مماس است. زاویه  $\widehat{FMF}'$  چقدر است؟

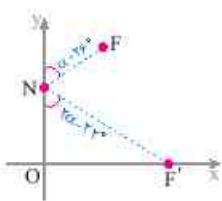
- ۹۰° (۱)  
 ۸۰° (۲)  
 ۱۲۰° (۳)  
 ۱۰۰° (۴)



679. در شکل مقابل اگر خط مماس بر بیضی در نقطه M با امتداد قطب بزرگ زاویه  $35^\circ$  بسازد، زاویه  $\widehat{FMF}'$  چقدر است؟

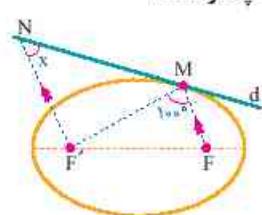
- ۶۰° (۱)  
 ۵۰° (۲)  
 ۷۰° (۳)  
 ۸۰° (۴)

680. یک بیضی به کانون های F و F' بر محور y ها مماس است، اگر N نقطه ای از محور y ها باشد که مجموع فواصل آن از دو کانون بیضی کمترین مقدار را داشته باشد، زاویه  $\widehat{FNF}'$  کدام است؟



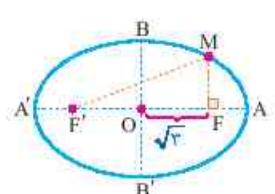
- ۳۶° (۱)  
 ۴۸° (۲)  
 ۴۲° (۳)  
 ۳۲° (۴)

681. در شکل مقابل F و F' کانون های بیضی هستند و  $NF' \parallel MF$  در نقطه M بر بیضی مماس باشد، زاویه N چقدر است؟

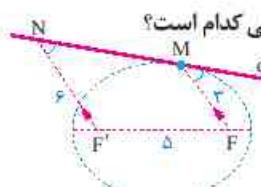


- ۴۰° (۱)  
 ۴۵° (۲)  
 ۵۰° (۳)  
 ۵۵° (۴)

682. در شکل زیر مجموع فاصله های نقطه M تا دو کانون بیضی برابر ۶ باشد. زاویه بین مماس بر بیضی در نقطه M و امتداد قطب بزرگ چقدر است؟



- ۴۵° (۱)  
 ۳۰° (۲)  
 ۶۰° (۳)  
 ۱۵° (۴)



683. در شکل مقابل خط  $d$  در نقطه  $M$  بر بیضی مماس است. اگر  $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی باشند، خروج از مرکزابن بیضی کدام است؟

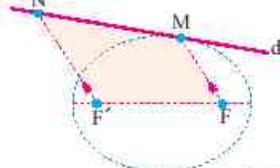
- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| $\frac{5}{9}$ (F) | $\frac{4}{9}$ (I) |
| $\frac{1}{9}$ (P) | $\frac{1}{3}$ (M) |

684. در بیضی شکل مقابل خط  $d$  در نقطه  $M$  بر بیضی مماس است. اگر اندازه قطر کوچک و فاصله کانونی به ترتیب ۸، ۶ باشد و نیمسازهای چهار ضلعی

رنگ شده همراه باشد، اندازه پاره خط  $MN$  کدام است؟

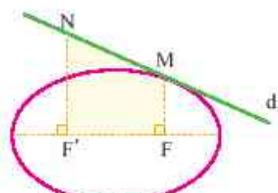
- |       |
|-------|
| ۴ (I) |
| ۳ (P) |
| ۲ (M) |
| ۵ (F) |

685. در بیضی شکل زیر خط  $d$  در نقطه  $M$  بر بیضی مماس است و چهار ضلعی  $MNF'F$  یک ذوزنقه به ارتفاع ۴ و مساحت ۱۲ است. اندازه بزرگترین



- |        |       |
|--------|-------|
| ۱۲ (P) | ۶ (I) |
| ۹ (F)  | ۳ (M) |

686. در بیضی به قطرهای ۸ و ۱۰ مطابق شکل خط  $d$  در نقطه  $M$  بر بیضی مماس است. اندازه پاره خط  $NF'$  کدام است؟



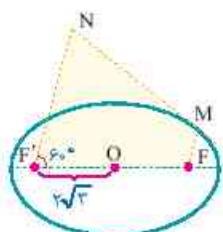
- |         |
|---------|
| ۷/۲ (I) |
| ۵/۶ (P) |
| ۴/۲ (M) |
| ۶/۸ (F) |

687. در تست فوق، مساحت چهار ضلعی  $FMNF'$  کدام است؟

- |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| ۴۵ (F) | ۱۵ (P) | ۳۰ (I) | ۶۰ (I) |
|--------|--------|--------|--------|

688. بیضی شکل زیر در رأس  $M$  بر ساق  $MN$  از ذوزنقه  $MFF'N$  مماس است. نقاط  $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی و نقطه  $O$  وسط ساق  $F'F$  از ذوزنقه

است. اگر طول بزرگترین وتر بیضی برابر ۸ باشد، مساحت ذوزنقه کدام است؟



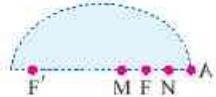
- |               |
|---------------|
| ۱۲ (I)        |
| ۴۸ (P)        |
| ۱۲sqrt(2) (M) |
| ۲۴ (F)        |

## Conic Sections

ویرگی بازتابندگی بیضی

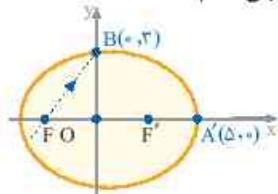


689. بر یک سالن بسیار بزرگ که سقف آن به شکل بیضی به کانون‌های  $F$  و  $F'$  است استاد کیهان کلید در نقطه  $F'$  مستقر است و کمانچه می‌نوازد در کدام نقطه از سالن صدا بهتر شنیده می‌شود؟



- |       |       |
|-------|-------|
| F (P) | M (I) |
| A (F) | N (M) |

690. مطابق شکل یک شعاع نورانی بربدنه داخلی یک آینه بیضی شکل به کانون‌های  $F$  و  $F'$  می‌تابد، معادله خط بازتابش کدام است؟

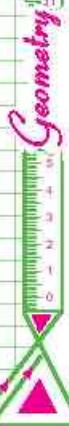


- |                  |
|------------------|
| 3x - 4y = 12 (I) |
| 4x - 3y = 12 (P) |
| 4x + 3y = 12 (M) |
| 3x + 4y = 12 (F) |



ضرب داخلی [دروی، مددی، نقطه‌ای، تردیدی، اسکالر]

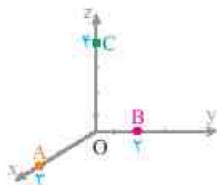
V



Vectors

فصل ۳ درازهم  
بردارها  
بردار  
بردار  
بردار  
بردار

گامکاری.com



۹۳۰. اگر  $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (3, -1, -1)$  باشد، حاصل  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  کدام است؟

-۳ (F)

-۴ (M)

-۳ (T)

۴ (L)

۹۳۱. اگر  $\mathbf{j}$  و  $\mathbf{z}$  بردارهای یکه محورهای مختصات باشند، حاصل  $\mathbf{j} \cdot \mathbf{z}$  کدام است؟

-۲ (F)

-۱ (M)

۰ (T)

۱ (L)

۹۳۲. اگر  $\mathbf{i}$  و  $\mathbf{j}$  بردارهای یکه محورهای مختصات باشند، حاصل ضرب داخلی دو بردار  $\mathbf{j} - \mathbf{i}$  و  $\mathbf{i} + \mathbf{k}$  کدام است؟

صفر (F)

-۲ (M)

-۱ (T)

۱ (L)

۹۳۳. اگر  $\mathbf{C}(2, 5, -1)$ ,  $\mathbf{B}(2, 3, 1)$ ,  $\mathbf{A}(1, 1, 2)$  باشد، حاصل ضرب عددی دو بردار  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AC}$  کدام است؟

-۶ (F)

۶ (M)

-۱۲ (T)

۱۲ (L)

۹۳۴. مطابق شکل مقابل حاصل  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$  کدام است؟

۴ (T)

-۲ (F)

صفر (L)

-۴ (M)

۹۳۵. به ازای کدام مقدار  $\mathbf{a}$  حاصل ضرب نقطه‌ای دو بردار  $\mathbf{ai} - 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$  و  $\mathbf{ai} - 2\mathbf{i} + \mathbf{5j}$  برابر  $-3$  است؟

۳ (F)

-۴ (M)

-۶ (T)

۱ (L)

۹۳۶. حاصل ضرب داخلی دو بردار  $\mathbf{b} = (m, 5, 4)$  و  $\mathbf{a} = (m, 4, 0)$  با اندازه بردار کوچکتر برابر است،  $m$  کدام است؟

-۶ (F)

۶ (M)

-۵ (T)

۵ (L)

۹۳۷. اگر  $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$  و  $\mathbf{b} = (2, 1, ۳)$  باشد، حاصل  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b})$  کدام است؟

-۲ (F)

-۱ (M)

۰ (T)

۱ (L)

۹۳۸. اگر بردار  $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$  به صورت ترکیبی از بردارهای واحد محورهای مختصات باشد، حاصل  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{i} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{j} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{k}$  کدام است؟

-۹ (F)

۹ (M)

-۵ (T)

۵ (L)

۹۳۹. نقاط  $A(1, 2, -1)$ ,  $B(-1, -2, 1)$  و  $C(0, 0, 1)$  مفروض آند و نقطه  $C$  به گونه‌ای است که  $AC \cdot BC = 10$  باشد. فاصله نقطه  $C$  از مبدأ کدام است؟

۴ (F)

$\sqrt{13}$  (M)

$2\sqrt{2}$  (T)

۲ (L)

۹۴۰. در مربع ABCD به ضلع ۵ حاصل  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DB}$  کدام است؟

-۱۲/۵ (F)

۱۲/۵ (M)

-۲۵ (T)

۲۵ (L)



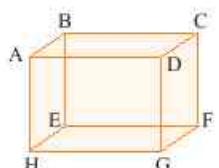
۹۴۱. در مستطیل ABCD مطابق شکل اندازه اضلاع برابر ۳ و ۴ است. حاصل  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$  کدام است؟

-۹ (F)

۷ (M)

-۷ (T)

۹ (L)



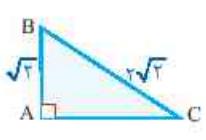
۹۴۲. در مکعب شکل مقابل اندازه هر ضلع برابر ۳ است، حاصل  $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{HF}$  کدام است؟

۱۸ (F)

۹ (M)

-۹ (T)

۳ (L)



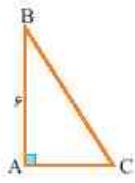
۹۴۳. در مثلث قائم الزاویه ABC مطابق شکل حاصل  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BC}$  کدام است؟

-۱۲ (F)

-۶ (M)

۱۲ (T)

۶ (L)



.944. اگر در مثلث قائم‌الزاویه شکل مقابل ممکن است کدام است؟

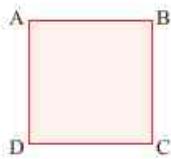
- ۳۶ (۱)
- ۶ (۲)
- ۳۶ (۳)
- ۱۸ (۴)

.945. حاصل ضرب داخلی دو بردار غیر صفر با اندازه‌های مساوی، برابر با مربع اندازه هر یک از دو بردار است. زاویه بین دو بردار چند درجه است؟

- $90^\circ$  (۱)
- $45^\circ$  (۲)
- $30^\circ$  (۳) صفر
- (۴)

.946. اگر  $|b| = 4$  و زاویه دو بردار  $a, b$  برابر  $120^\circ$  باشد، حاصل  $a \cdot b$  کدام است؟

- ۲۴ (۱)
- ۶ (۲)
- ۶ (۳)
- ۱۲ (۴)



.947. در مربع ABCD مطابق شکل اگر  $B(1, -1, 2), A(3, 1, -1)$  باشد، حاصل  $\vec{AB} \cdot \vec{BD}$  کدام است؟

- $-6/5$  (۱)
- $-17\sqrt{2}$  (۲)
- ۱۷ (۳)
- $6/5$  (۴)

.948. در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴ حاصل  $\vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{BC} \cdot \vec{AC} + \vec{AC} \cdot \vec{AB}$  چقدر است؟

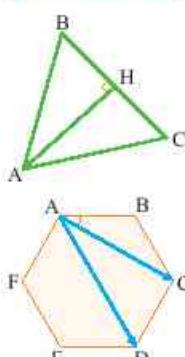
- ۸ (۱)
- ۲۴ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۸ (۴)

.949. در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۶ اگر G محل تلاقی میانه‌ها باشد، حاصل  $\vec{GA} \cdot \vec{GB}$  کدام است؟

- ۱۲ (۱)
- ۶ (۲)
- ۶ (۳)
- ۱۲ (۴)

.950. در مثلث متساوی‌الاضلاع شکل مقابل به ضلع ۲ حاصل  $\vec{AH} \cdot \vec{AH} + \vec{AH} \cdot \vec{AB} + \vec{AH} \cdot \vec{AC}$  چقدر است؟

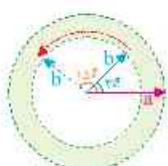
- $\frac{9}{4}$  (۱)
- ۹ (۲)
- ۱۲ (۳)
- $\frac{9}{2}$  (۴)



.951. در شش ضلعی منتظم شکل مقابل اندازه اضلاع برابر  $\sqrt{3}$  است. حاصل  $\vec{AD} \cdot \vec{AC}$  کدام است؟

- ۹ (۱)
- ۶ (۲)
- ۹ (۳)
- ۶ (۴)

.952. اگر اندازه دو بردار  $a, b$  ثابت باشد و زاویه آن‌ها از  $30^\circ$  به  $150^\circ$  افزایش یابد، ضرب داخلی دو بردار ..... می‌یابد.



- مرتب‌آفزايش (۱)
- ابتدا افزايش و سپس کاهش (۲)
- مرتب‌کاهش (۳)
- ابتدا کاهش و سپس افزايش (۴)

.953. در کدام حالت زاویه دو بردار  $a, b$  بزرگتر است؟

- $a \cdot b = |a||b|$  (۱)
- $a \cdot b = -|a||b|$  (۲)
- $a \cdot b = 0$  (۳)
- $a \cdot b = |a||b|$  (۴)

## Vectors

## زاویه‌های بردار

.954. زاویه بین دو بردار  $a = (1, 0, -1)$  و  $b = (0, -1, 1)$  کدام است؟

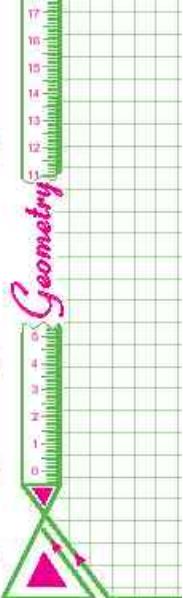
- $120^\circ$  (۱)
- $90^\circ$  (۲)
- $60^\circ$  (۳)
- $30^\circ$  (۴)

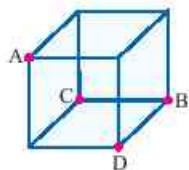
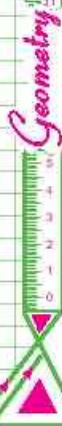
.955. اگر  $b = i - j + k$  باشد، آنگاه کسینوس زاویه بین دو بردار  $a - b$  و  $b$  کدام است؟

- $\sqrt{\frac{5}{17}}$  (۱)
- $\sqrt{\frac{3}{17}}$  (۲)
- $-\sqrt{\frac{5}{17}}$  (۳)
- $-\sqrt{\frac{3}{17}}$  (۴)

.956. اگر زاویه بین بردارهای  $a = (1, m, 0)$  و  $b = (0, -1, -1)$  برابر  $120^\circ$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- $\pm 1$  (۱)
- $1$  (۲)
- ۱ (۳)
- صفر (۴)





(۹۲- خارج)

.957. زاویه بردار  $\vec{v} = (1, 2, 2)$  با کدام بردار بزرگتر است؟

$$d = (1, -1, -1) \quad (\text{F})$$

$$c = (1, -1, 1) \quad (\text{M})$$

$$b = (-1, 1, 1) \quad (\text{P})$$

$$a = (1, 1, 1) \quad (\text{L})$$

.958. در مکعب شکل مقابل طول هر ضلع برابر ۲ است. زاویه دو بردار  $\vec{AB}$  و  $\vec{CD}$  کدام است؟

$$90^\circ \quad (\text{L})$$

$$45^\circ \quad (\text{F})$$

$$75^\circ \quad (\text{M})$$

.959. زاویه دو بردار با مؤلفه های غیر متفق واقع بر نیمساز های صفحات  $xoy$  و  $xoz$  کدام است؟

$$60^\circ \quad (\text{F})$$

$$45^\circ \quad (\text{M})$$

$$30^\circ \quad (\text{P})$$

$$90^\circ \quad (\text{L})$$

.960. بر روی دو بردار  $\vec{j} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$  و  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$  متوازی الاصلی ساخته شده است. کسینوس زاویه بین دو قطر این متوازی الاصلی کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (\text{F})$$

$$\frac{1}{2} \quad (\text{M})$$

$$\frac{1}{3} \quad (\text{P})$$

$$\frac{1}{4} \quad (\text{L})$$

.961. بردارهای  $\vec{j} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$  و  $\vec{a}$  قطرهای متوازی الاصلی بنا شده بر دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  هستند. کسینوس زاویه بین  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (\text{F})$$

$$\frac{1}{2} \quad (\text{M})$$

$$\frac{1}{3} \quad (\text{P})$$

$$\frac{1}{4} \quad (\text{L})$$

(۹۳- داخل)

.962. نقطه  $O$  رأس های مثلثی هستند. کدام است؟  $C(-1, 1, 3), B(3, -1, 2), A(2, 1, 0)$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (\text{F})$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (\text{M})$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (\text{P})$$

$$\frac{\sqrt{2}}{6} \quad (\text{L})$$

.963. اگر نقاط  $O$  سه رأس مثلث  $ABC$  باشند، زاویه رأس  $B$  از مثلث  $ABC$  کدام است؟  $C(1, 0, 1), B(0, 1, 1), A(1, 1, 0)$

$$120^\circ \quad (\text{F})$$

$$60^\circ \quad (\text{M})$$

$$45^\circ \quad (\text{P})$$

$$30^\circ \quad (\text{L})$$

.964. اگر نقاط  $O$  سه رأس مثلث  $ABC$  باشند،  $\cos(B+C)$  کدام است؟  $C(1, 0, 1), B(0, 1, -1), A(1, 1, 0)$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{F})$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\text{M})$$

$$\frac{1}{3} \quad (\text{P})$$

$$\frac{1}{2} \quad (\text{L})$$

.965. زاویه بردار  $\vec{a} = \sqrt{2}\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$  با جهت مثبت محور  $oy$  کدام است؟

$$150^\circ \quad (\text{F})$$

$$30^\circ \quad (\text{M})$$

$$60^\circ \quad (\text{P})$$

$$120^\circ \quad (\text{L})$$

.966. اگر زاویه بردار  $\vec{a} = (1, m, -1)$  با جهت مثبت محور  $ox$  برابر  $60^\circ$  باشد، زاویه آن با جهت مثبت محور  $oz$  کدام است؟

$$120^\circ \quad (\text{F})$$

$$60^\circ \quad (\text{M})$$

$$45^\circ \quad (\text{P})$$

$$135^\circ \quad (\text{L})$$

.967. نقطه  $O$  مبدأ مختصات و  $\vec{AM} = -\frac{3}{4}\vec{AB}$  مفروض هستند. اگر  $\vec{OB} = -\vec{i} + \vec{aj} + \vec{ck}$  و  $\vec{OA} = 3\vec{i} + \vec{j}$  باشد، کسینوس زاویه بردار  $\vec{OM}$  با محور  $y$  ها کدام است؟

$$\frac{3}{7} \quad (\text{F})$$

$$\frac{2}{5} \quad (\text{M})$$

$$-\frac{2}{7} \quad (\text{P})$$

$$-\frac{2}{5} \quad (\text{L})$$



ویرگی های ضرب (داخلی - اتحاد)



.968. اگر  $|a| = 4, |b| = 2, |a+b| = 2$  و زاویه  $a$  و  $b$  برابر  $60^\circ$  باشد، حاصل  $(a-b).b$  کدام است؟

$$-6 \quad (\text{F})$$

$$6 \quad (\text{M})$$

$$-10 \quad (\text{P})$$

$$10 \quad (\text{L})$$

.969. اگر  $a$  و  $b$  دو بردار و  $\theta$  زاویه منفرجه بین دو بردار،  $\sin \theta = \frac{4}{5}, |b| = 10, |a| = 3$  باشد. حاصل  $(a+b).a$  کدام است؟

$$-6 \quad (\text{F})$$

$$-6 \quad (\text{M})$$

$$-9 \quad (\text{P})$$

$$9 \quad (\text{L})$$

.970. اگر  $|a| = 2\sqrt{6}, |b| = 5, |a.b| = 0$  اندازه بردار  $a - b$  کدام است؟

$$7 \quad (\text{F})$$

$$6 \quad (\text{M})$$

$$4 \quad (\text{P})$$

$$3 \quad (\text{L})$$

.971. اگر  $a$  و  $b$  دو بردار با اندازه  $2$  و  $3$  زاویه بین آن ها  $60^\circ$  باشد. اندازه مجموع دو بردار کدام است؟

$$2\sqrt{5} \quad (\text{F})$$

$$3\sqrt{2} \quad (\text{M})$$

$$\sqrt{19} \quad (\text{P})$$

$$\sqrt{17} \quad (\text{L})$$

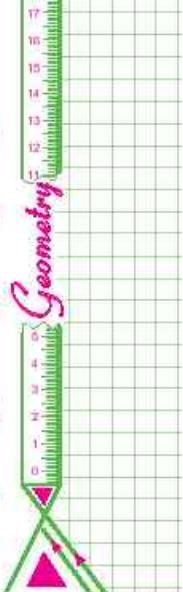
.972. اگر  $|a| = 2$  و  $|a+b| = \sqrt{19}$  و زاویه بین  $a$  و  $b$  برابر  $120^\circ$  باشد،  $|b|$  کدام است؟

$$4 \quad (\text{F})$$

$$5 \quad (\text{M})$$

$$3 \quad (\text{P})$$

$$10 \quad (\text{L})$$



(خارج - ۸۶)

اگر  $a+b = |a| + |b|$  آنگاه  $a \cdot b = |a| \cdot |b|$  کدام است؟ ۹۷۳

$\sqrt{5}$  (F)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

اگر  $a$  و  $b$  دو بردار باشند به طوری که  $|a| = ۲$  و  $|b| = ۳$  باشد، اندازه بردار  $2b - a$  کدام است؟ ۹۷۴

۶ (F)

$2\sqrt{5}$  (۳)

$2\sqrt{13}$  (۲)

$2\sqrt{7}$  (۱)

اگر زاویه بین دو بردار  $a$  و  $b$  برابر  $120^\circ$  و  $|a| = ۷$  و  $|b| = ۵$  باشد، اندازه بردار  $v = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}$  کدام است؟ ۹۷۵

$\sqrt{2}$  (F)

$\sqrt{5}$  (۳)

۱ (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

اگر زاویه بین دو بردار  $a$  و  $b$  کدام است؟ ۹۷۶

$120^\circ$  (F)

$90^\circ$  (۳)

$60^\circ$  (۲)

$30^\circ$  (۱)

زاویه بین دو بردار یکه  $a$  و  $b$  چقدر باشد تا بردار  $3a + 4b$  هم یکه باشد؟ [برای اینجا از  $a + b$  باشد را برای یکه نامند] ۹۷۷

$180^\circ$  (F)

$0^\circ$  (۳)

$60^\circ$  (۲)

$90^\circ$  (۱)

اگر اندازه دو بردار  $a$  و  $b$  به ترتیب  $1$  و  $2$  و زاویه بین آنها  $120^\circ$  باشد، اندازه بردار  $V = |a||b| - |b||a|$  کدام است؟ ۹۷۸

$\sqrt{2}$  (F)

$2\sqrt{6}$  (۳)

$3\sqrt{2}$  (۲)

$2\sqrt{3}$  (۱)

اگر زاویه دو بردار هم اندازه  $a$  و  $b$  برابر  $60^\circ$  و اندازه برآیند آنها برابر  $\sqrt{3}$  باشد، اندازه تفاضل آنها کدام است؟ ۹۷۹

۱ (F)

۲ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

اگر برآیند دو بردار هم اندازه هریک از بردارها باشد، زاویه این دو بردار کدام است؟ ۹۸۰

$90^\circ$  (F)

$120^\circ$  (۳)

$30^\circ$  (۲)

$60^\circ$  (۱)

اگر اندازه بردارهای  $a$  و  $b$  به ترتیب  $3$  و  $5$  و اندازه برآیند این دو بردار برابر با  $\sqrt{24}$  باشد، اندازه تفاضل دو بردار کدام است؟ ۹۸۱

۲ (F)

۶ (۳)

$\sqrt{24}$  (۲)

$6\sqrt{2}$  (۱)

اندازه قطرهای یک متوازی الاضلاع  $4$  و  $6$  است. اگر ضلع کوچک متوازی الاضلاع برابرا واحد باشد، ضلع بزرگتر کدام است؟ ۹۸۲

۵ (F)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

اگر  $|a+b| < |a-b|$  باشد، زاویه دو بردار  $b$  و  $a$  کدام می‌تواند باشد؟ ۹۸۳

$107^\circ$  (F)

$90^\circ$  (۳)

$57^\circ$  (۲)

$25^\circ$  (۱)

باشد، زاویه دو بردار  $b$  و  $a$  کدام است؟ ۹۸۴

$120^\circ$  (F)

$90^\circ$  (۳)

$30^\circ$  (۲)

$60^\circ$  (۱)

در شکل مقابل، اندازه بردارهای  $a, b, c, d$  به ترتیب  $1, 1, 2, 2$  باشد. حاصل  $a \cdot b + c \cdot d$  برابر کدام است؟ ۹۸۵

۴ (۲)

۲ (F)

۶ (۱)

۲ (۳)

در شکل رو به رو، اندازه بردارهای  $a, b, c$  به ترتیب  $3, 5, 6$  است. حاصل ضرب داخلی دو بردار  $a$  و  $b$  کدام است؟ ۹۸۶

۲ (F)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

در شکل رو به رو اندازه های بردارهای  $a, b, c$  به ترتیب  $4, 6, 8$  است. حاصل  $a \cdot (a+c)$  کدام است؟ ۹۸۷

$36$  (۲)

۴۰ (F)

$34$  (۱)

$38$  (۳)

اگر  $a, b, c$  سه بردار با طول های  $3, 5, 6$  مطابق شکل باشند، حاصل  $a \cdot b + a \cdot c$  کدام است؟ ۹۸۸

-۹ (۲)

۲۵ (F)

۹ (۱)

-۲۵ (۳)

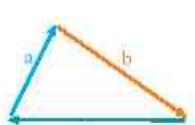
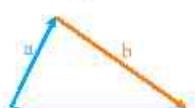
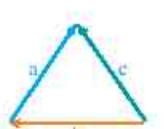
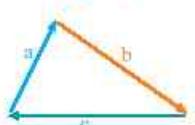
اگر  $a, b, c$  سه بردار با طول های  $4, 5, 3$  مطابق شکل باشند، حاصل  $a \cdot b + a \cdot c - b \cdot c$  کدام است؟ ۹۸۹

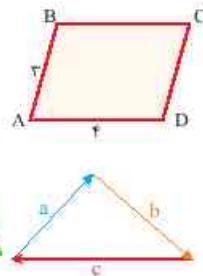
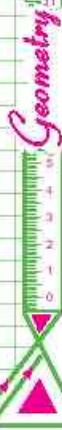
-۷ (۲)

۲۳ (F)

-۲۳ (۱)

۷ (۳)





اگر بردارهای  $a - b$  و  $a + b$  عمود و سه بردار هم صفحه باشند و  $|a| = 3$  و  $|b| = 4$  حاصل  $(a - b) \cdot (a + b)$  کدام است؟

-۱ (۴) صفر

-۱ (۴)

۲ (۴)

-۳ (۱)

اگر بردارهای  $a - b$  و  $a + b$  هردو برابر  $c$  عمود و سه بردار هم صفحه باشند و  $|a| = 3$  و  $|b| = 4$  حاصل  $(a - b) \cdot (a + b)$  چقدر است؟

۲ (۴)

۱ (۴)

۷ (۴)

-۷ (۱)

در متوازی الاضلاع شکل مقابل، طول اضلاع ۳ و ۴ است. حاصل  $AC \cdot DB$  کدام است؟

-۷ (۴)

-۲۵ (۴)

۲۵ (۴)

۷ (۱)

سه بردار  $a, b, c$  با اندازه ۳، ۴، ۷ واحد، مطابق شکل مفروض اند، مقدار  $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a$  کدام است؟

-۱۹ (۴)

۳۷ (۴)

-۳۷ (۱)

۱۹ (۴)

اگر  $c$  سه بردار به طول های ۱، ۲، ۳ باشند، به طوری که آنگاه  $a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c + b + c = 4i - j + k$  کدام است؟

۴ (۴)

-۴ (۴)

۲ (۴)

-۲ (۱)

اگر  $a - b + c = a \cdot b = a \cdot c = b \cdot c = ۰$  و  $|c| = ۶, |b| = ۳, |a| = ۲$  اگر  $a, b, c$  سه بردار باشد، اندازه کدام است؟

۹ (۴)

۷ (۴)

۵ (۴)

۱ (۱)

اگر  $b$  و  $c$  بردارهای واحد باشند به طوری که  $2a + b + c = \bar{0}$  حاصل  $a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c$  کدام است؟

$-\frac{3}{2}$  (۴)

$-\frac{2}{3}$  (۴)

-۱ (۴)

صفر (۱)



اگر  $a, b, c$  سه بردار با اندازه های ۷، ۶، ۳ مطابق شکل باشند، حاصل  $a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c$  کدام است؟

-۲۹ (۴)

-۲۸ (۴)

-۱۹ (۱)

-۳۱ (۴)

اگر  $c, b, a$  سه بردار واحد باشند به طوری که  $\bar{a} + b + c = \bar{0}$  حاصل  $a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c$  کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

$-\frac{1}{2}$  (۴)

$-\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۱)

اگر  $a + b + c = \bar{0}$  و اندازه هر سه بردار  $a, b, c$  برابر ۲ باشد، حاصل  $|a - ۲c|$  کدام است؟

$2\sqrt{7}$  (۴)

$2\sqrt{3}$  (۴)

$\sqrt{26}$  (۴)

$\sqrt{22}$  (۱)



شرط عمومی بردن دو بردار

V

بردار  $j - i$  برابر با ..... عمود است.

$i - k$  (۴)

$i + j$  (۴)

$j - k$  (۴)

$i + k$  (۱)

بردار  $(1, 3, -1)$   $v = (2, 3, -1)$  برکدام بردار عمود است.

$d = (1, 2, 7)$  (۴)

$c = (1, 2, -7)$  (۴)

$b = (2, 1, 7)$  (۴)

$a = (1, 2, 1)$  (۱)

دو بردار  $a = (1, m, 3), b = (-1, 2, 5)$  برهم عمودند، مقدار  $m$  کدام است؟

-۶ (۴)

۷ (۴)

-۷ (۴)

۶ (۱)

اگر  $a + b = a = (1, m, 2), b = (3, 2, -4)$  و بردار  $a + b$  عمود باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

۸ (۴)

-۸ (۴)

۱۲ (۴)

-۱۲ (۱)

اگر  $|b| = \sqrt{11}$  و بردارهای  $a - 2b$  و  $2b + a$  برهم عمود باشند، مقدار  $m$  کدام است؟

$\pm 3$  (۴)

$\pm 6$  (۴)

۴ (۴)

۶ (۱)

سه بردار  $V_1 = (1, -1, a), V_2 = (2, b, 1), V_3 = (c, 3, 2)$  دو به دو عمود برهم هستند. مقدار  $a + b + c$  کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۴)

۶ (۴)

۵ (۱)

اگر زاویه بین دو بردار  $a$  و  $b$  برابر  $120^\circ$  بوده و  $2a + b$  عمود بر  $a$  باشد، حاصل  $\frac{|a|}{|b|}$  کدام است؟

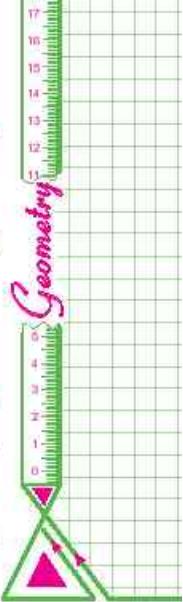
$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۴)

۱ (۱)





(داخل - ۸۶)

اگر  $a$  و  $b$  دو بردار هم اندازه بوده و  $a + 2b - 4b = 5a$  برهمنمود باشند، زاویه بین  $a$  و  $b$  کدام است؟ ۱۰۰۷

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{4}$$

در کدام حالت حاصل ضرب عددی بُردار غیر صفر  $a$  در مجموع دو بردار غیر صفر  $X$  و  $Y$  صفر نمی باشد؟ ۱۰۰۸

(۱) بردار  $X$  قرینه بردار  $Y$

(۲) بردار  $a$  فقط بر یکی از دو بردار  $X$  یا  $Y$  عمود

(۳) سه بردار دو به دو عمود بر هم

اگر  $c, b, a$  سه بردار غیر همان اندازه با طول های  $2, 3, 5$  و بردار  $c$  بر صفحه شامل دو بردار  $a$  و  $b$  عمود و بردار  $b$  بر صفحه شامل  $a$  و  $c$  عمود باشد، حاصل  $a \cdot (b - c)$  کدام است؟ ۱۰۰۹

$$-4$$

$$6$$

$$-10$$

$$1$$

دو بردار  $V_2 = (1, 2, 3)$  و  $V_1 = (a, 2a, 5)$  اضلاع یک مستطیل هستند، مساحت مستطیل کدام است؟ ۱۰۱۰

$$14\sqrt{10}$$

$$14\sqrt{5}$$

$$7\sqrt{5}$$

$$140$$

دو بردار  $b = (2, m, n)$  و  $a = (4, 5, n)$  اضلاع قائم یک مثلث قائم الزاویه هستند، کدام یک از اعداد زیر ممکن است؟ ۱۰۱۱

$$m = n = 2$$

$$m = n = -2$$

$$m = n = -1$$

$$m = n = 1$$

اگر نقاط  $A(1, 1, 3)$ ,  $B(m-1, 2, 4)$ ,  $C(2, 0, 2)$  رؤوس مثلث  $ABC$  باشند، کدام از اعداد زیر ممکن است؟  $\cos B$  کدام است؟ ۱۰۱۲

$$\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6}$$

اگر سه بردار به تصاویر (۱) - (۴) مطابق باشند، آنگاه کدام نتیجه گیری قطعاً درست است؟ ۱۰۱۳

$$45$$

$$42$$

$$36$$

$$22$$

اگر  $c, b, a$  سه بردار غیر صفر و زاویه بین  $b$  و  $c$  برابر  $30^\circ$  و  $a \cdot b = a \cdot c$  باشد، آنگاه کدام نتیجه گیری قطعاً درست است؟ ۱۰۱۴

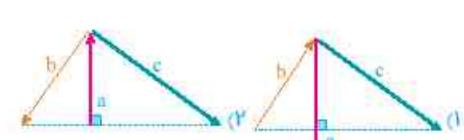
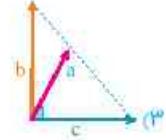
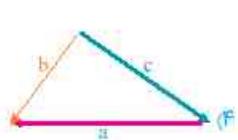
$$a \perp (b - c)$$

$$a = b - c$$

$$a \parallel (b - c)$$

$$b = c$$

سه بردار  $a, b, c$  نامساوی و غیر صفر هستند. در کدام یک از شکل های زیر  $a \cdot b = a \cdot c$  می باشد؟ ۱۰۱۵



اگر  $a, b, c$  سه بردار غیر صفر بوده و  $a = (m, 1, 2)$  و  $b - c = (1, -2, 3)$  باشد، به ازای کدام مقدار  $m$  رابطه  $a \cdot b = a \cdot c$  بین سه بردار  $a, b, c$  برقرار است؟ ۱۰۱۶

$$2$$

$$-2$$

$$-4$$

$$4$$



نامساوی گوشی - شوارتز



اگر  $-3x + y + 2z = 0$  باشد، کمترین مقدار  $x^2 + y^2 + z^2$  کدام است؟ ۱۰۱۷

$$1$$

$$2$$

$$3$$

$$4$$

اگر  $x^2 + 2y^2 + z^2 = 9$  باشد، حداقل  $x^2 + 6y + \sqrt{3}z$  کدام است؟ ۱۰۱۸

$$5$$

$$15$$

$$12$$

$$22$$

اگر  $\frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}$  باشد، حداقل عبارت  $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$  کدام است؟ ۱۰۱۹

$$16$$

$$1$$

$$\frac{4}{3}$$

$$4$$

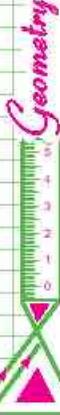
اگر  $a = (x, y, z)$  و  $b = (2, 1, 2)$  باشد، کمترین مقدار براي  $x^2 + y^2 + z^2$  کدام است؟ ۱۰۲۰

$$\frac{1}{2}$$

$$2$$

$$\frac{2}{3}$$

$$4$$



## Vectors

تصویربرداری



1021. اگر  $2x - y + 3z = 12$  باشد، به ازای کدام مقدار  $y$  عبارت  $x^2 + y^2 + 9z^2$  حداقل می‌شود؟

-3 (F)

3 (M)

2 (P)

-2 (L)

1022. تصویر قائم بردار  $a = (0, -3, 6)$  روی امتداد بردار  $b = (2, -1, -2)$  کدام است؟

(2, 3, -1) (F)

(4, -2, -4) (M)

(-2, 1, 2) (P)

(2, -1, -2) (L)

1023. اگر  $C(4, 6, -1), B(2, 4, 0), A(1, 2, 3)$  سه نقطه در فضای برابر باشند، تصویر بردار  $\vec{BC}$  بر  $\vec{AB}$  کدام است؟

(-2, -2, 1) (F)

(6, 6, -2) (M)

(2, 2, -1) (P)

(4, 4, -2) (L)

1024. اگر  $c = -i + j - k, b = 2i + k, a = 2i + 2j - k$  باشد، تصویر بردار  $a + c$  بر راستای  $b$  کدام است؟

$2j - 2k$  (F)

$2i - 2j$  (M)

$2i - 2k$  (P)

$2i + 2j$  (L)

1025. تصویر بردار  $a = (3, 2, -1)$  بر بردار  $j = 5$  کدام است؟

$5i - k$  (F)

$5i - j$  (M)

$2j$  (P)

$5j$  (L)

$\vec{AB}$  باشد، تصویر بردار  $\vec{BC}$  بر بردار  $\vec{AB}$  کدام است؟

$i - k$  (F)

$i - j$  (M)

$-2k$  (P)

$2k$  (L)

1027. اگر  $m + n$  برابر با اندازه تصویر بردار  $a$  باشد، تصویر بردار  $b + c = (n, -8, 2)$ ،  $b = (3, 4, m)$ ،  $a = (-1, 2, 0)$  کدام است؟

-2 (F)

-3 (M)

2 (P)

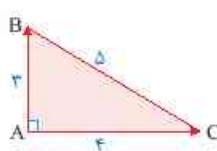
5 (L)

1028. در مثلث ABC مطابق شکل اندازه تصویر بردار  $\vec{AB}$  بر بردار  $\vec{AC}$  کدام است؟

4 (M)

3 (V)

صفر (N)



1029. تصویر قائم بردار  $a = (2, -1, 5)$  روی برداری که با جهت مشت مختصات زوایای حاده مساوی می‌سازد، کدام است؟

(3, 3, 2) (F)

(-1, -1, -1) (M)

(2, 2, 2) (P)

(1, 1, 1) (L)

1030. اندازه تصویر بردار  $a = (1, 2, 1, 2)$  بر بردار  $b = (2, 1, 2)$  کدام است؟

$\sqrt{8}$  (F)

$\sqrt{3}$  (M)

$\frac{\sqrt{8}}{3}$  (P)

$\frac{\sqrt{8}}{9}$  (L)

1031. اندازه تصویر بردار  $a = (1, 2, -3)$  روی راستای خط D به معادلات  $D: (x=4, y=5)$  کدام است؟

5 (F)

3 (M)

2 (P)

1 (L)

1032. اگر نقاط C(3, 2, 2), B(2, 1, 2), A(1, 1, 1) رأس مثلث ABC باشند و AH ارتفاع مثلث باشد، طول پاره خط BH کدام است؟

$\frac{\sqrt{5}}{2}$  (F)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (M)

$\sqrt{5}$  (P)

$\sqrt{2}$  (L)

1033. اندازه کوتاهترین ارتفاع متوالی اضلاع بنا شده بر بردارهای  $a = (1, 2, 1)$  و  $b = (2, 1, 2)$  کدام است؟

2 (F)

2 (M)

$\sqrt{2}$  (P)

$\sqrt{3}$  (L)

1034. اگر تصویر بردار  $a$  روی بردار  $b$  به صورت  $a' = (2, 1, -1)$  باشد، تصویر بردار  $a$  روی  $-3b$  کدام است؟

(-2, -1, 1) (F)

(6, 3, -3) (M)

(-6, -3, 3) (P)

(2, 1, -1) (L)

1035. اگر تصویر بردار  $a$  روی بردار  $b$  به صورت  $a' = (1, -2, 1)$  باشد، تصویر بردار  $-2a$  روی بردار  $3b$  کدام است؟

(2, -4, 2) (F)

(-2, 4, -2) (M)

(-1, 2, -1) (P)

(1, -2, 1) (L)

1036. زاویه دو بردار  $a, b$  برابر  $130^\circ$  است، اگر  $a'$  تصویر بردار  $a$  در امتداد بردار  $b$  باشد، زاویه بین دو بردار  $a, a'$  کدام است؟

$30^\circ$  (F)

$130^\circ$  (M)

$50^\circ$  (P)

$40^\circ$  (L)

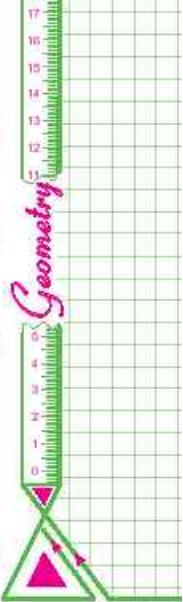
1037. اگر  $a'$  تصویر بردار  $a$  در امتداد بردار  $b$  باشد، حاصل  $a \cdot a'$  کدام نمی‌تواند باشد؟

3 (F)

-2 (M)

4 (P)

2 (L)



جبر و هندسه  
پایه نهم  
دستگاه های مختصات  
مختصات دو بعدی

اگر  $\vec{a}'$  تصویر بردار  $\vec{a} = i + j + k$  در امتداد بردار  $\vec{j}$  باشد، زاویه بین بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{a}'$  کدام است؟

- ۱۸° (F) صفر ۱۲° (V) ۶° (L)

اگر زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر  $48^\circ$  بوده و  $\vec{b}'$  تصویر بردار  $\vec{b}$  در امتداد  $\vec{a}$  باشد، زاویه بردار  $\vec{a} - \vec{b}'$  کدام است؟

- ۹° (F) ۲۴° (V) ۴۸° (V) ۴۲° (L)

اگر تصویر قائم بردار  $\vec{a} = 7i - j + k$  بر بردار  $\vec{b}$  را بنامیم، حاصل  $\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{c}$  کدام است؟

- (F) صفر  $\sqrt{3}$  (V) ۶ (V) -۶ (L)

اگر  $\vec{a}' = (1, m, 2)$  تصویر بردار  $\vec{a}$  بر راستای بردار  $\vec{b}$  باشد و  $|a| = 3$  باشد، حداقل مقدار ممکن برای  $m$  کدام است؟

- ۴ (F) ۱ (V) ۲ (V) ۲ (L)

اگر  $\vec{a}' = (1, 2, 1)$  تصویر بردار  $\vec{a}$  روی بردار  $\vec{b}$  باشد، حاصل  $\vec{a} \cdot \vec{a}'$  کدام است؟

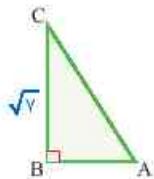
- (F) ناشخص  $\sqrt{3}$  (V) ۶ (V) ۲۶ (L)

اگر  $\vec{a}' = (-1, 2, 2)$  تصویر بردار  $\vec{a} = (m, 1, -3)$  روی بردار  $\vec{b}$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- ۵ (F) ۱۲ (V) ۵ (V) -۱۲ (L)

در مثلث  $ABC$  مطابق شکل اگر حاصل ضرب داخلی بردارهای  $\vec{AC}$  و  $\vec{AB}$  برابر ۹ باشد، اندازه وتر  $AC$  کدام است؟

- $\sqrt{10}$  (V) ۱۶ (L)



کدام گزینه می‌تواند تصویر بردار  $\vec{a} = (3, 2, 5)$  برابر با مفروض  $b$  باشد؟

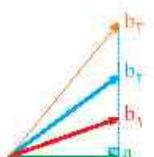
- (6, 2, 1) (V) (2, 1, 2) (L)

- (4, 2, 4) (F) (4, -2, -2) (V)

با توجه به شکل مقابل، حاصل عددی کدام گزینه بزرگتر است؟

- $a \cdot b_1$  (V)  $a \cdot b_2$  (L)

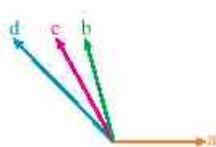
- (F) هر سه یکسان  $a \cdot b_3$  (V)



در شکل زیر حاصل ضرب داخلی کدام دو بردار از سایرین بزرگتر است؟

- $a \cdot c$  (V)  $a \cdot b$  (L)

- (F) هر سه یکسان  $a \cdot d$  (V)



## Vectors

## ضرب خارجی [ضرب برداری - ضرب بیرونی]



اگر  $\vec{a} = (1, 2, -1)$  و  $\vec{b} = (3, 1, -1)$  آنگاه اندازه تصویر  $\vec{a} \times \vec{b}$  روی محور  $Oy$  چقدر است؟

- ۶ (F) ۳ (V) ۲ (V) ۱ (L)

آنگاه اندازه بردار  $\vec{a} \times \vec{b}$  کدام است؟  $\vec{b} = i + 2k$  و  $\vec{a} = 2i + 2j$

- ۷ (F) ۶ (V) ۵ (V) ۴ (L)

اگر  $\vec{x} + \vec{y} + \vec{z} = (\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{b} \times \vec{c}) + (\vec{c} \times \vec{a})$  باشد، حاصل  $\vec{x} \cdot \vec{y} + \vec{y} \cdot \vec{z} + \vec{z} \cdot \vec{x}$  کدام است؟

- ۲ (F) ۲ (V) ۱ (V) -۱ (L)

اگر  $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = (x, -11, 1)$ ،  $\vec{b} = (1, 1, 5)$ ،  $\vec{a} = (3, y, z)$  کدام است؟

- ۸ (F) ۸ (V) -۴ (V) ۴ (L)

باشد، اندازه تصویر  $\vec{c}$  روی  $\vec{a} \times \vec{b}$  کدام است؟  $\vec{c} = 2i - k$ ،  $\vec{b} = j + 3k$ ،  $\vec{a} = 2i - j$

- ۴ (F) ۱ (V) ۳ (V) ۲ (L)



## Vectors

خواص ضرب خارجی - ضرب خارجی جمله بردار

V

1053. اگر  $a = i - j + k$  و  $b = 2i + j + k$  باشند، حاصل  $a \times (b \times a)$  کدام است؟

- (۴, -۵, ۱) (F)      (-۳, ۴, ۱) (M)      (-۴, ۵, ۱) (P)      (۴, ۵, ۱) (Q)

1054. اگر  $u \times v = (c, 2, 10)$ ,  $v = (2, b, -2)$ ,  $u = (a, 1, -2)$  باشند، بردار  $u \times v$  با کدام بردار موازی است؟

- $2i + j$  (F)       $2i - j$  (M)       $i - 2j$  (P)       $i + 2j$  (Q)

1055. اگر  $a = i - 2k$ ,  $b = 3i + j - k$ ,  $c = i + j + 2k$  باشد، طول تصویر قائم بردار  $b \times (a \times c)$  روی محور y ها کدام است؟

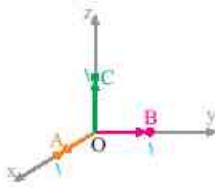
- $\sqrt{17}$  (F)       $5$  (M)       $4$  (P)       $4$  (Q)

1056. اگر  $i, j, k$  بردارهای واحد باشند، حاصل  $i \times (k \times i) + j \times (i \times j)$  کدام است؟

- $i - j$  (F)       $i + j$  (M)       $k + i$  (P)       $k + j$  (Q)

1057. در شکل مقابل حاصل  $(\vec{OA} \times \vec{OB}) \times (\vec{OB} \times \vec{OC})$  کدام است؟

- $i$  (F)       $j$  (M)       $i$  (P)       $k$  (Q)



(داخل - M)

1058. اگر  $i, j, k$  بردارهای واحد باشند، حاصل  $i \times (i \times j) \times k$  کدام است؟

- $i$  (F)       $j$  (M)       $-k$  (P)      صفر (Q)

1059. اگر  $i, j, k$  بردارهای واحد باشند، حاصل  $(i \times j) \times j \cdot (k \times i)$  کدام است؟

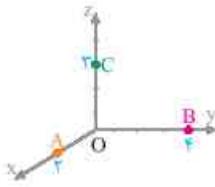
- $k$  (F)       $-i$  (M)       $i$  (P)      صفر (Q)

1060. اگر  $i, j, k$  بردارهای واحد باشند، حاصل  $i \times (j \times k + i) + j \times (i \times k + i)$  کدام است؟

- $k$  (F)       $-k$  (M)      صفر (P)       $i$  (Q)

1061. در شکل مقابل حاصل  $(\vec{OA} \times \vec{OB}) \times \vec{OC}$  کدام است؟

- $12$  (F)       $12k$  (M)       $\overline{O}$  (P)       $12i$  (Q)



1062. عبارت  $a \times b + b \times c$  با کدام یک از گزینه‌ها حاصل یکسانی دارد؟

- $(c+a) \times b$  (F)       $b \times (c-a)$  (M)       $b \times (a-c)$  (P)       $b \times (a+c)$  (Q)

1063. اگر  $b = (-1, 0, 2)$  و  $a = (2, 1, 0)$  باشند، حاصل  $a \times (b - a)$  کدام است؟

- $(2, -4, 1)$  (F)       $(2, 4, 1)$  (M)       $(-2, 4, 1)$  (P)       $(-2, -4, 1)$  (Q)

1064. سه بردار غیر صفر باشند، حاصل  $a \times (a - b - c) + b \times (b - a - c)$  برابر با ..... است.

- $c \times (a+b)$  (F)       $a \times (b+c)$  (M)       $(a+b) \times c$  (P)       $b \times (a+c)$  (Q)

1065. اگر  $a, b, c$  بردار غیر صفر باشند، حاصل  $a \cdot b = a \cdot c$  و  $b \cdot a = b \cdot c$  و داشته باشیم  $a \cdot b = a \cdot c$  حاصل  $b \times a + a \times c$  کدام است؟

- $(3, 6, 2)$  (F)       $(-3, -6, -6)$  (M)       $(3, -2, 6)$  (P)       $(3, 6, 6)$  (Q)



راستای ضرب خارجی

V

1066. بردار عمود بردو بردار  $j$  و  $b = i - k$  و  $a = i + j$  کدام است؟

- $i + j + k$  (F)       $-i + j + k$  (M)       $i + j - k$  (P)       $i - j + k$  (Q)

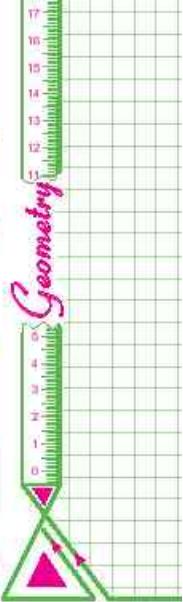
1067. کدام گزینه در مورد بردار  $(c \times a) \times b$  صحیح است؟

- $c$  موازی  $a$  (F)       $a$  عمود بر  $b$  (M)       $b$  موازی  $a$  (P)       $a$  موازی  $b$  (Q)

1068. در کدام حالت حاصل ضرب خارجی بردار غیر صفر  $a$  در تفاضل دو بردار غیر صفر  $X$  و  $Y$  الزاماً صفر نمی‌باشد؟

- $a$  بردار  $X$  و  $Y$  برابر باشد. (F)       $a$  با هردو بردار  $X$  و  $Y$  موازی باشد. (M)

$a$  حاصل ضرب خارجی بردار  $a$  در هردو بردار  $X$  و  $Y$  بکسان باشد. (P)       $a$  بردار  $a$  موازی صفحه شامل  $X$  و  $Y$  (Q)



جبر و تابع  
جبر  
جبر و تابع  
جبر و تابع

گامکاری  
گامکاری

## Vectors

### اندازه ضرب خارجی



اگر اندازه حاصل ضرب خارجی دو بردار با حاصل ضرب اندازه های دو بردار برابر باشد، زاویه دو بردار کدام است؟ 1069

$90^\circ$  (F)

$60^\circ$  (M)

$45^\circ$  (M)

۰ (C)

اگر اندازه حاصل ضرب خارجی دو بردار عمود برهم، ۲ برابر اندازه یکی از آن ها باشد، اندازه دیگری کدام است؟ 1070

$\sqrt{3}$  (F)

۲ (M)

$\frac{1}{2}$  (M)

۴ (C)

اگر  $a \times b = (1, 2, 2) \times (4a + b) \times (4a + b)$  کدام است؟ 1071

$27\pi$  (F)

$18\pi$  (M)

$36\pi$  (M)

$81\pi$  (C)

اگر  $(a+b) \times (a-b) = (2, 0, 4)$  باشد، اندازه بردار  $a \times b$  کدام است؟ 1075

$\sqrt{7}$  (F)

$\sqrt{10}$  (M)

$\sqrt{5}$  (M)

$\sqrt{6}$  (C)

اگر دو بردار  $a, b$  و زاویه دو بردار  $a, b$  برابر  $60^\circ$  باشد، اندازه بردار  $a \times b + a$  کدام است؟ 1076

$\sqrt{20}$  (F)

$\sqrt{23}$  (M)

$\sqrt{21}$  (M)

$\sqrt{29}$  (C)

اگر زاویه بین دو بردار غیر صفر  $a$  و  $b$  را  $\theta$  فرض کنیم، به ازای کدام مقدار  $\theta$  رابطه  $|a \times b| < a \cdot b$  صحیح نیست؟ 1077

$\frac{\pi}{5}$  (F)

$\frac{\pi}{3}$  (M)

$\frac{\pi}{8}$  (M)

$\frac{\pi}{6}$  (C)

اگر  $|a \times (a+b)| = \sqrt{3}$  و  $a \cdot (b+a \times b) = \sqrt{3}$  باشد، زاویه  $a$  و  $b$  چقدر است؟ 1078

$90^\circ$  (F)

$30^\circ$  (M)

$60^\circ$  (M)

$45^\circ$  (C)

حاصل عبارت  $(a \cdot a)(b \cdot b) - (a \cdot b)^2$  برابر کدام است؟ 1079

$|a \times b|^2$  (F)

$|a+b|^2$  (M)

۰ (C)

$(a \times b) \cdot (b \times a)$  (C)

بردارهای  $a$  و  $b$  که زاویه بین آن ها حاده است، مفروض اند. اگر  $|a \times b| = 72$ ,  $|b| = 26$ ,  $|a| = 3$  باشد، حاصل  $a \cdot (a+b)$  کدام است؟ 1080

$75$  (F)

$39$  (M)

$33$  (M)

$81$  (C)

اگر  $a$  و  $b$  دو بردار با اندازه های ۲ و ۵ باشند و  $|a+b| = 3\sqrt{5}$  باشد، حاصل  $|a \times b|$  کدام است؟ 1081

$8$  (F)

$12$  (M)

$3$  (M)

$6$  (C)

اگر  $|a+b| = |a \times b|$  بوده و  $a$  و  $b$  دو بردار یکه باشند، مقدار  $a \cdot b$  کدام است؟ 1082

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (F)

صفر (M)

$-1$  (M)

$1$  (C)

زاویه بین دو بردار  $a$  و  $b$  کمتر از  $90^\circ$  است. اگر  $|a \times (a+b)| = 18$ ,  $|b| = 5$ ,  $|a| = 6$  باشد، حاصل  $a \cdot (a+b)$  کدام است؟ 1083

$64$  (F)

$60$  (M)

$56$  (M)

$54$  (C)

زاویه بین دو بردار  $a$  و  $b$  بزرگتر از  $90^\circ$  است. اگر  $|a \times (a-b)| = 16$ ,  $|b| = 5$ ,  $|a| = 4$  باشد، تقابل دو بردار  $a$  و  $b$  کدام است؟ 1084

$2$  (F)

$\sqrt{65}$  (M)

$\sqrt{71}$  (M)

$6$  (C)

2137. کدام تبدیل خط را لزوماً حفظ نمی‌کند ولی جهت شکل و اندازه زاویه را ثابت نگه می‌دارد؟

(F) بازتاب

(۲) انتقال

(۳) تجانس

(۱) دوران

## Lesson . 2

فصلنامه ۲: اثبات هندسی

## کاربرد تبدیل‌ها

درس ۲



Caucher  
Birkar

## مسئله هر دو

G



2138. در شکل زیر اگر نقطه M طوری روی خط d قرار گرفته باشد که، کمترین مقدار ممکن باشد، کدام گزینه درست است؟



$$\widehat{M_1} = 2\widehat{M_2}$$

$$\widehat{M_1} + \widehat{M_2} = \widehat{M_3}$$

$$\widehat{M_1} = \widehat{M_3}$$

$$\widehat{M_2} = 2\widehat{M_1}$$

2139. در صفحه خط d و دو نقطه A و B در یک طرف خط مفروض آند. برای یافتن نقطه‌ای بر روی خط d که مجموع فاصله‌های آن از دو نقطه A و B کمترین مقدار را داشته باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

(F) انتقال

(۲) تجانس

(۱) بازتاب

2140. در شکل زیر برای رسم مثلث ABC که رأس C از آن روی خط  $\Delta$  باشد و محیط مثلث حداقل مقدار ممکن باشد، کدام تبدیل به کار می‌رود؟

A



(۲) تجانس

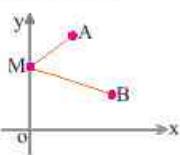
(۱) بازتاب

(۳) دوران

(۰) انتقال

2141. نقاط A و B در صفحه محورهای مختصات مفروض آند، نقطه M روی محور y‌ها می‌لغزد، کمترین اندازه خط شکستهAMB کدام است؟

(۰) مشابه داخل - (۴)



(۱)

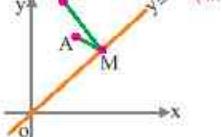
(۲)

(۳)

(۴)

2142. نقاط A و B در صفحه مختصات مفروض آند، نقطه M روی نیمساز ناحیه اول می‌لغزد، کمترین اندازه خط شکستهAMB کدام است؟

(۰) مشابه داخل - (۴)



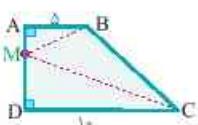
(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

2143. در ذوزنقه قائم شکل مقابل طول ساق قائم ۸ و قاعده‌ها ۵ و ۱۰ هستند. نقطه M روی ساق قائم می‌لغزد، کمترین طول خط شکستهBMC کدام است؟



(۱)

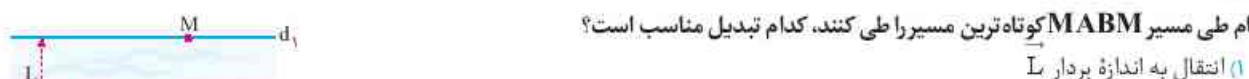
(۰)

(۲)

(۱)

2144. می‌خواهیم کنار رودخانه‌های اسکله بسازیم، جای دو اسکله A و B مطابق شکل مشخص است، برای پیدا کردن جایگاه اسکله M که قایق‌ها

هنگام طی مسیر MAMB کوتاه‌ترین مسیر را طی کنند، کدام تبدیل مناسب است؟



(۰) انتقال به اندازه بردار L

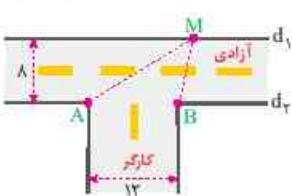
(۱) دوران ۱۸۰° نقطه A حول نقطه B

(۲) تجانس یا نسبت ۱ - نقطه A نسبت به نقطه B

(۳) بازتاب نقطه A نسبت به خط d1

2145. شکل زیر دو خیابان متقاطع آزادی و کارگر با عرض ۸ و ۱۲ را نشان می‌دهد، شخصی می‌خواهد از نقطه A به سمت دیگر خیابان آزادی رفته و سپس

به نقطه B برود، طول کوتاه‌ترین مسیر طی شده، توسط شخص کدام است؟



(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

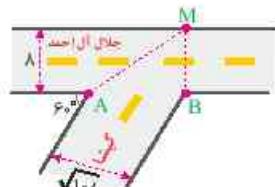
**2146.** مطابق شکل دو خیابان گیشا و اتوبان جلال آل احمد با زاویه  $60^\circ$  هم‌دیگر را قطع کرده‌اند، شخصی می‌خواهد از نقطه A در انتهای خیابان گیشا به آن طرف اتوبان جلال آل احمد در نقطه M رفته و سپس به نقطه B در انتهای دیگر خیابان گیشا برود. اگر عرض اتوبان جلال آل احمد ۸ و عرض خیابان گیشا  $\sqrt{108}$  باشد، کم‌ترین طول مسیری که این شخص می‌تواند طی کند، کدام است؟

۲۰ (۱)

۲۵ (۲)

۱۵ (۳)

۲۴ (۴)



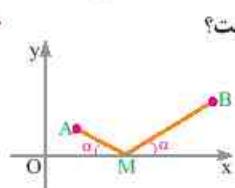
دو یک طرف خط A و B در یک طرف خط d مفروض‌اند. اگر نقطه M طوری قرار گرفته باشد که خط شکسته AMB کم‌ترین طول را داشته باشد، زاویه  $\angle AMB$  کدام است؟

۴۰ (۱)

۶۰ (۲)

۵۰ (۳)

۲۰ (۴)



اگر A(۲, ۱) و B(۵, ۳) و نقطه M مطابق شکل روی محور X ها قرار گرفته باشد، اندازه خط شکسته AMB کدام است؟

۵ (۱)

۴ (۲)

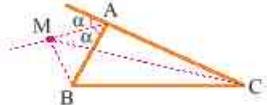
۶ (۳)

۸ (۴)

در شکل مقابل، نقطه M روی نیمساز خارجی  $\hat{A}$  قرار دارد. نسبت  $\frac{MB+MC}{AB+AC}$  چگونه است؟

بزرگتر از ۱

نامشخص



در شکل زیر  $M$  روی خط d طوری بدست می‌آوریم که  $AM + MB$  کم‌ترین مقدار  $AM + MB$  کدام است؟

۲۷۵ (۱)

۴۵۰ (۲)

۵۷۵ (۳)

۵۷۵ (۴)



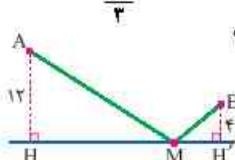
در شکل زیر نقطه M روی خط d طوری بدست می‌آوریم که  $AM + BM$  کم‌ترین مقدار را داشته باشد. طول AM چقدر است؟

۷ (۱)

۶ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)



در شکل مقابل، نقاط A و B ثابت هستند. اگر کم‌ترین مقدار  $\hat{HAM}$  برابر  $32^\circ$  باشد، زاویه  $\hat{HAM}$  کدام است؟

۱۵ (۱)

۳۰ (۲)

۴۵ (۳)

۶۰ (۴)

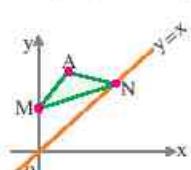
نقطه A مفروض است، نقطه M روی محورها و نقطه N روی نیمساز ناحیه اول می‌لغزند، کمترین محیط مثلث AMN کدام است؟ (مشابه داخل - ۹۸)

۴۷۵ (۱)

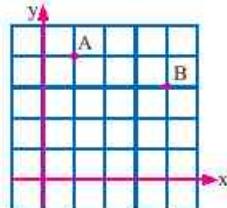
۲۷۵ (۲)

۱۷۵ (۳)

۲۷۵ (۴)

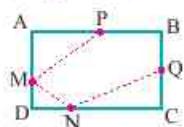


در شبکه شطرنجی زیر دو نقطه ثابت A و B مفروض‌اند. اندازه کوتاه‌ترین مسیر حرکت از نقطه A به طوری که پس از برخورد با محورهای x و y به نقطه B برسیم، برابر کدام است؟ (مشابه داخل - ۹۸)

 $\sqrt{71}$  (۱) $\sqrt{72}$  (۲) $\sqrt{73}$  (۳) $\sqrt{74}$  (۴)

مستطيل ABCD به اضلاع ۸ و ۶ مفروض است. اگر نقاط P و Q وسط اضلاع AB و BC باشند و نقاط M و N بر اضلاع DC و AD بلغند.

(متابه داخل - ۱۸)



۲۰ (۳)

۱۶ (۱)

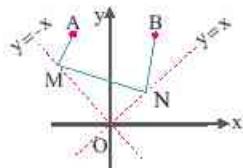
۱۵ (۴)

۱۸ (۲)

کمترین طول خط شکسته PMNQ کدام است؟

۲۱۵۵ نقاط  $A\left|\frac{8}{9}\right|B$  در صفحه مختصات مفروض است. نقطه M روی نیمساز ناحیه دوم و نقطه N روی نیمساز ناحیه اول در حال لغزش هستند.

(متابه داخل - ۱۸)



کمترین طول خط شکسته AMNB کدام است؟

۲۰ (۱)

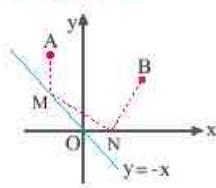
۱۳ (۲)

۱۰ (۳)

۸ (۴)

نقطه  $A\left|\frac{1}{3}\right|B$  در صفحه مختصات مفروض است. نقطه M روی نیمساز ناحیه دوم و نقطه N روی قسمت مثبت محور x می‌لغزد.

(متابه داخل - ۱۸)



کمترین طول خط شکسته AMNB کدام است؟

۴ (۱)

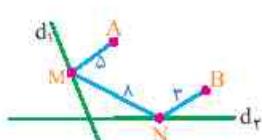
۵ (۲)

۶ (۳)

۱۰ (۴)

نقطه ثابت A و B مفروض است. نقطه M روی خط  $d_1$  و نقطه N روی خط  $d_2$  طوری می‌لغزد که خط شکسته AMNB کمترین طول را دارد. اگر

بازتاب A' بزمیت A نسبت به  $d_1$  و بازتاب B' بزمیت B نسبت به خط  $d_2$  باشد، اندازه پاره خط  $A'B'$  کدام است؟



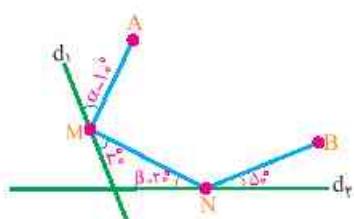
۱۲ (۳)

۱۴ (۱)

۱۸ (۴)

۱۶ (۲)

نقطه A و B مطابق شکل مفروض است. اگر فقط M و N روی خطوط  $d_1$  و  $d_2$  بلغزد به طوری که خط شکسته AMNB کمترین طول را داشته باشد، زاویه  $\alpha + \beta$  کدام است؟



۷۵ (۱)

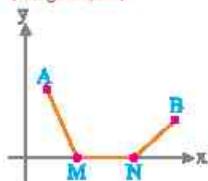
۷۰ (۲)

۸۰ (۳)

۸۵ (۴)

نقطه  $B\left|\frac{8}{1}\right|A$  در صفحه مختصات مفروض است. اگر نقاط M و N با فاصله ۳ واحد روی محور x قرار گرفته باشند، حداقل طول خط شکسته

(متابه داخل - ۱۹)



AMNB کدام است؟

۵ (۱)

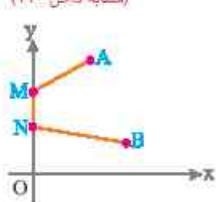
۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

نقطه  $A\left|\frac{5}{9}\right|B$  در صفحه مختصات مفروض است. اگر نقاط M و N با فاصله ۲ واحد روی محور y قرار گرفته باشند، حداقل طول خط شکسته

(متابه داخل - ۱۹)



AMNB کدام است؟

۵ (۱)

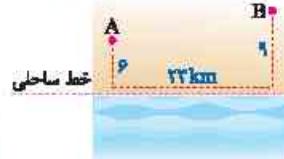
۱۲ (۲)

۱۰ (۳)

۸ (۴)



2162. در شکل زیرقرار است جاده‌ای از A به B احداث شود به طوری که ۳ کیلومتر از آن باید در کنار ساحل باشد، با توجه به اندازه‌های داده شده طول کوتاه‌ترین مسیر از A به B چقدر خواهد بود؟  
 [مشابه داخل - ۹۸]



۲۸ (۱)

۲۹ (۲)

۳۲ (۳)

۳۵ (۴)

2163. دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه‌ای واقع‌اند، یک جاده از A به B ساخته شده که ۵ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه واقع شده است، اگر مسیر A CDB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد، زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟



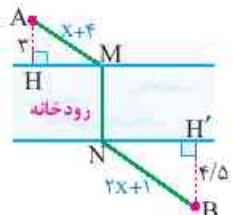
۶۰° (۱)

۳۰° (۲)

۵۰° (۳)

۴۰° (۴)

2164. دو شهر A و B در دو طرف رودخانه قرار دارند، می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد. اگر کوتاه‌ترین مسیرین A و B باشد،  $\alpha$  کدام است؟



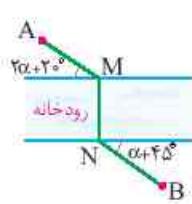
۱۰° (۱)

۱۲ (۲)

۸ (۳)

۷ (۴)

2165. دو شهر A و B در دو طرف رودخانه قرار دارند، می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد. اگر کوتاه‌ترین مسیرین A و B باشد،  $\alpha$  کدام است؟



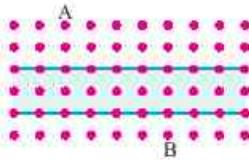
۱۰° (۱)

۲۰ (۲)

۳۰° (۳)

۲۵° (۴)

2166. می‌خواهیم از شهر A به شهر B مطابق شکل یک جاده بسازیم. قسمتی از جاده پلی است که بر رودخانه عمود است. حداقل طول مسیر چند است؟  
 [پاسخ نهاده شده: ۱۶۰] (۱) اند است.



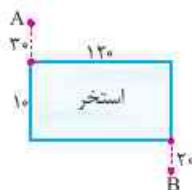
۱۶۰ (۱)

۷ (۲)

۵ (۳)

۸ (۴)

2167. مطابق شکل یک استخر به ابعاد  $12 \times 10 \times 10$  مفروض است. شخصی می‌خواهد از نقطه A بالای استخر خود را به نقطه B در پایین استخر برساند، ولی چون قبلاً به بیماری کرونا مبتلا شده خیلی نمی‌تواند شناکند پس باید کوتاه‌ترین مسیر را برای شناکردن انتخاب کند و با طی کوتاه‌ترین مسیر خود را از A به B برساند، حداقل طول مسیری که باید طی کند، کدام است؟



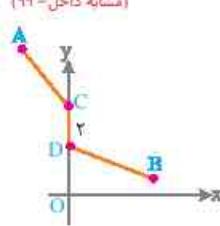
۱۶۰ (۱)

۱۳۰ (۲)

۱۵۰ (۳)

۱۴۰ (۴)

2168. دو نقطه  $A(-4, 1)$  و  $B(4, -9)$  در طرفین محور y‌ها قرار دارند، دو نقطه C و D به فاصله دو واحد از هم روی محور y‌ها قرار دارند، حداقل طول خط شکسته A CDB کدام است؟  
 [مشابه داخل - ۹۹]

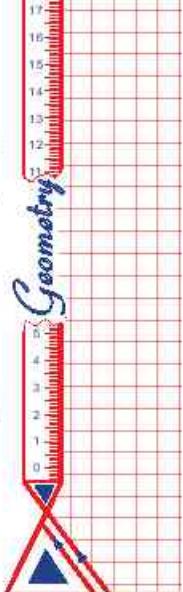


۹ (۱)

۱۰ (۲)

۸ (۳)

۱۲ (۴)



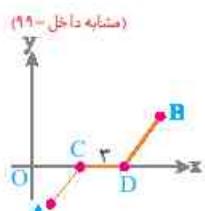
فصل ۲ - هندسه کاربردی

روزهای آنلاین در

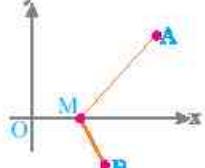
gajnetmarket.com

220

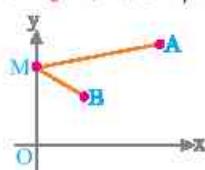
2169. دو نقطه  $A\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$  و  $B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  در طرفین محور  $x$  ها قرار دارند، دو نقطه  $C$  و  $D$  به فاصله سه واحد از هم روی محور  $x$  ها قرار دارند. حداقل طول خط شکسته  $ACDB$  کدام است؟  
(۱۶-۱۹)



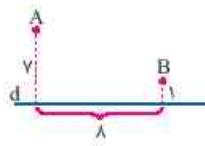
2170. نقاط  $A(4, 6)$  و  $B(1, -2)$  در طرفین محور  $x$  ها قرار گرفته اند و نقطه  $M$  روی محور  $y$  هامی لغزد. حداکثر  $|MA-MB|$  کدام است؟  
(۱۸-۲۱)



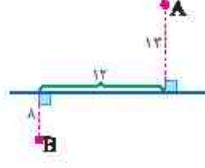
2171. نقاط  $A(5, 7)$  و  $B(1, 4)$  در یک طرف محور  $y$  ها قرار گرفته اند و نقطه  $M$  روی محور  $y$  هامی لغزد. حداکثر  $|MA-MB|$  کدام است؟  
(۱۸-۲۱)



2172. نقاط  $A$  و  $B$  به فاصله های ۷ و ۱ و از خط  $d$  واقع اند. نقطه  $M$  روی خط واقع است. حداکثر  $|MA-MB|$  کدام است؟

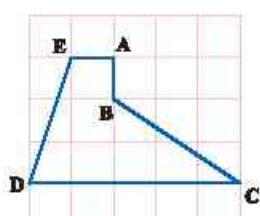


2173. در شکل مقابل اگر نقطه  $M$  روی خط  $d$  باشد. آنگاه حداکثر مقدار  $|MA-MB|$  کدام است؟



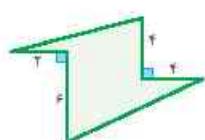
مستله همییر (امونی) G

2174. در شکل زیر طول ضلع مربع های صفحه شطرنجی برابریک است. اگر رأس  $B$  را نسبت به ضلع  $AC$  بازتاب دهیم تا به نقطه  $B'$  برسیم، مساحت پنج ضلعی  $AB'C'DE$  چقدر از مساحت پنج ضلعی  $ABCDE$  بیشتر خواهد بود؟



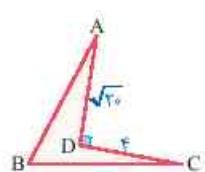
- ۳ (۲)  
۴ (۵)  
۲ (۳)

2175. زمینی به شکل زیر حصار کشی شده است و مساحت آن  $6\text{ m}^2$  متر مربع است اگر بخواهیم بدون تغییر محیط زمین و با استفاده از تبدیل هندسی مناسب، حصارها را طوری جایه جا کنیم تا مساحت زمین بیشترین مقدار ممکن شود، در این صورت حداکثر مساحت زمین چند متر مربع است؟

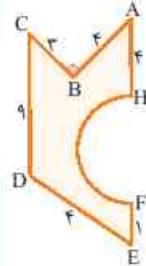


- ۸۸ (۵)  
۸۶ (۴)  
۸۴ (۳)  
۸۲ (۱)

2176. مطابق شکل اگر بخواهیم بدون تغییر محیط، مساحت چهارضلعی را فراش دهیم، مقدار افزایش مساحت چقدر است؟



- $8\sqrt{5}$  (۲)  
 $16\sqrt{5}$  (۵)  
 $4\sqrt{5}$  (۱)  
 $12\sqrt{5}$  (۳)



2177. در شکل زیر  $HF = 8$  قطر نیم دایره می باشد. اگر بخواهیم بدون تغییر محیط، مساحت شکل را افزایش دهیم، مقدار افزایش مساحت چقدر است؟

- (۱)  $2(4\pi + 3)$
- (۲)  $4(4\pi + 3)$
- (۳)  $2(4\pi + 3)$
- (۴)  $4(4\pi + 3)$



رسمهای مهم به کمک تبدیل تبدیلات



2178. در شکل زیر سه مریع به ضلع برابر کنار هم قرار گرفته اند. کدام تبدیل **نمیتواند** دو شکل رنگ شده را به هم تبدیل کند؟

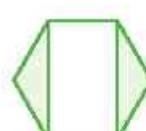


- (۱) دوران  $180^\circ$
- (۲) انتقال
- (۳) تجانس مستقیم
- (۴) بازتاب



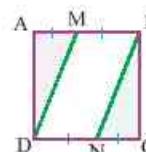
2179. در شش ضلعی منتظم شکل مقابل دو مثلث رنگ شده با کدام تبدیل بر هم تصویر می شوند؟

- (۱) دوران  $60^\circ$
- (۲) دوران  $90^\circ$
- (۳) تجانس مستقیم
- (۴) بازتاب



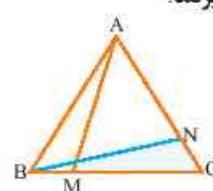
2180. با توجه به شش ضلعی منتظم شکل زیر کدام تبدیل **نمیتواند** دو مثلث رنگ شده را به هم تصویر کند؟

- (۱) دوران  $180^\circ$
- (۲) تجانس معکوس
- (۳) انتقال
- (۴) بازتاب



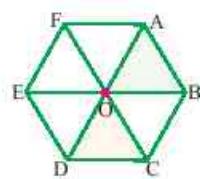
2181. در شکل رو به رو نقاط  $M$  و  $N$  وسط های اضلاع مریع هستند. کدام تبدیل مثلث های رنگ شده را به هم تبدیل می کند؟

- (۱) انتقال
- (۲) دوران  $90^\circ$
- (۳) تجانس معکوس
- (۴) بازتاب



2182. در مثلث متساوی الاضلاع  $ABC$  مطابق شکل  $ABC \cong BMN$ . کدام تبدیل می تواند مثلث  $BCN$  را روی مثلث  $BMN$  تصویر کند؟

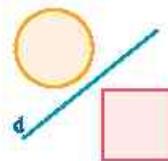
- (۱) بازتاب
- (۲) دوران
- (۳) تجانس
- (۴) انتقال



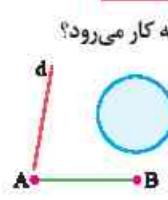
2183. در شش ضلعی منتظم شکل زیر، کدام تبدیل **نمیتواند** دو مثلث رنگ شده را به هم تبدیل کند؟

- (۱) دوران  $120^\circ$
- (۲) انتقال
- (۳) تجانس
- (۴) بازتاب

2184. در شکل زیر می خواهیم نقطه  $M$  را روی دایره و نقطه  $N$  را روی مریع طوری پیدا کنیم که خط  $d$  عمود منصف  $MN$  باشد. کدام تبدیل برای پیدا کردن



- (۱) نقاط  $M$  و  $N$  مناسب است؟
- (۲) انتقال
- (۳) تجانس معکوس
- (۴) بازتاب

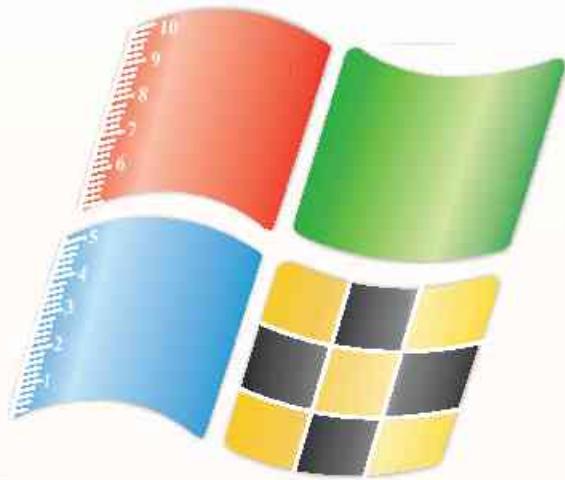


2185. در شکل زیر برای رسم پاره خطی موازی و همان اندازه با  $AB$  که یک سر آن روی خط  $d$  و سر دیگر آن روی دایره باشد، کدام تبدیل به کار می رود؟

- (۱) بازتاب
- (۲) دوران  $180^\circ$
- (۳) تجانس معکوس
- (۴) انتقال

پاسخنامه

تمام تشریحی



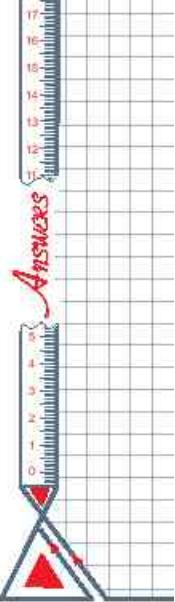
ANSWERS  
GHEMMEH

پاسخنامه تشریحی، موجز و تمام رنگی این نسل از کتاب‌های ریاضی میکرو بر مبنای

استراتژی فکری خطوط راهنمای در بیمارستان‌ها طراحی شده است.

۱. اجرای این کار بسیار زمان برو دشوار است و نیازمند هماهنگی بین تیم تألیف، تیم صفحه‌آرایی، تیم رسالی و گرافیک، و درنهاد مدیرفنی و مدیرتألیف است و یک روند تکاملی را طی نسل‌های مختلف کتاب طی خواهد کرد. اگر نظر و بیشنهادی درجهت تکامل این روش پاسخنامه توسعی دارد حتماً آن را از طریق اینستاگرم

با ما درمیان بگذارید



## Matrix



در ماتریسی که به صورت  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  نشان داده می‌شود،  $m$

معرف تعداد سطرها و  $n$  معرف تعداد ستون‌هاست؛ بنابراین در این ماتریس آسطرو  $\Rightarrow$  ستون وجود دارد، یعنی در هر سطر  $\Rightarrow$  درایه و در هر ستون  $\Rightarrow$  درایه وجود دارد.

در ماتریسی که به صورت  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  نشان داده می‌شود،  $m$

معرف تعداد سطرها و  $n$  معرف تعداد ستون‌هاست؛ بنابراین در این ماتریس آسطرو  $\Rightarrow$  ستون وجود دارد، یعنی در هر سطر  $\Rightarrow$  درایه و در هر ستون  $\Rightarrow$  درایه وجود دارد.

باشد  $\Rightarrow$   $n = 4$  است، بنابراین:

$\square [a_{ij}]_{4 \times 2} \Rightarrow$  ۱۲ درایه

$\square [a_{ij}]_{5 \times 2} \Rightarrow$  ۱۰ درایه

$\square [a_{ij}]_{6 \times 2} \Rightarrow$  ۱۲ درایه

$\square [a_{ij}]_{5 \times 3} \Rightarrow$  ۱۵ درایه

باشد  $\Rightarrow$   $n = 3$  است، بنابراین:

$\square [a_{ij}]_{4 \times 3} \Rightarrow$  ۱۲ درایه

$\square [a_{ij}]_{5 \times 3} \Rightarrow$  ۱۰ درایه

$\square [a_{ij}]_{6 \times 3} \Rightarrow$  ۱۲ درایه

$\square [a_{ij}]_{5 \times 4} \Rightarrow$  ۱۵ درایه

در این ماتریس  $\Rightarrow$   $a_{11} = a_{22} = a_{33} = 1$  است، بنابراین  $\Rightarrow$  ۱

در ضمن در سایر گزینه‌ها، گزینه  $\Rightarrow$  نادرست

است چون  $\Rightarrow$  ۱۰ یعنی درایه واقع در سطر  $\Rightarrow$  ۳

سوم و ستون اول که برابر ۱ است.

چون شماره سطر ثابت و برابر ۲ است

این درایه‌ها در سطر دوم واقع آند:

$\square [a_{ij}]_{4 \times 2} \Rightarrow a_{21}, a_{22}, 1 \leq j \leq 2$

درایه سطر اول و ستون سوم همان  $\Rightarrow$  و درایه سطر سوم و ستون دوم عدد ۸ است، بنابراین  $\Rightarrow$  ۸+۸=۱۶

مجموع  $\sum_{j=1}^n a_{1j} = 8$  است، حال متنظر از  $\Rightarrow$   $\sum_{j=1}^n a_{2j}$

درایه‌های سطر سوم است، زیرا اگر زاز ۱ تا ۴ تغییر کند، خواهیم داشت:

$\sum_{j=1}^n a_{3j} = a_{31} + a_{32} + a_{33} + a_{34} = 7 + 8 + 9 + 11 = 35$

عبارت  $\sum_{i=1}^m a_{ij}$  معرف مجموع درایه‌های سطر دوم و عبارت  $\sum_{j=1}^n a_{ij}$  معرف جمع کل درایه‌های ماتریس است، بنابراین اختلاف آن‌ها برابر است با:

$\sum_{i=1}^m a_{ij} - \sum_{j=1}^n a_{ij} = 8 - 2 = 6$

به جای هر کدام از درایه‌ها با توجه به تابع داده شده بر حسب  $\Rightarrow$  ۱

مقدار عددی آن‌ها را قرار می‌دهیم، مثلاً در محاسبه  $\Rightarrow$  ۱

به جای  $\Rightarrow$  ۲ قرار می‌دهیم در نتیجه درایه‌ها به صورت زیر خواهند بود:

$\Rightarrow$  ۷

$\Rightarrow$  ۸

$\Rightarrow$  ۹

$\Rightarrow$  ۱۰

$\Rightarrow$  ۱۱

$\Rightarrow$  ۱۲

$\Rightarrow$  ۱۳

$\Rightarrow$  ۱۴

$\Rightarrow$  ۱۵

$\Rightarrow$  ۱۶

$\Rightarrow$  ۱۷

$\Rightarrow$  ۱۸

$\Rightarrow$  ۱۹

$\Rightarrow$  ۲۰

$\Rightarrow$  ۲۱

$\Rightarrow$  ۲۲

$\Rightarrow$  ۲۳

$\Rightarrow$  ۲۴

$\Rightarrow$  ۲۵

$\Rightarrow$  ۲۶

$\Rightarrow$  ۲۷

$\Rightarrow$  ۲۸

$\Rightarrow$  ۲۹

$\Rightarrow$  ۳۰

$\Rightarrow$  ۳۱

$\Rightarrow$  ۳۲

$\Rightarrow$  ۳۳

$\Rightarrow$  ۳۴

$\Rightarrow$  ۳۵

$\Rightarrow$  ۳۶

$\Rightarrow$  ۳۷

$\Rightarrow$  ۳۸

$\Rightarrow$  ۳۹

$\Rightarrow$  ۴۰

$\Rightarrow$  ۴۱

$\Rightarrow$  ۴۲

$\Rightarrow$  ۴۳

$\Rightarrow$  ۴۴

$\Rightarrow$  ۴۵

$\Rightarrow$  ۴۶

$\Rightarrow$  ۴۷

$\Rightarrow$  ۴۸

$\Rightarrow$  ۴۹

$\Rightarrow$  ۵۰

$\Rightarrow$  ۵۱

$\Rightarrow$  ۵۲

$\Rightarrow$  ۵۳

$\Rightarrow$  ۵۴

$\Rightarrow$  ۵۵

$\Rightarrow$  ۵۶

$\Rightarrow$  ۵۷

$\Rightarrow$  ۵۸

$\Rightarrow$  ۵۹

$\Rightarrow$  ۶۰

$\Rightarrow$  ۶۱

$\Rightarrow$  ۶۲

$\Rightarrow$  ۶۳

$\Rightarrow$  ۶۴

$\Rightarrow$  ۶۵

$\Rightarrow$  ۶۶

$\Rightarrow$  ۶۷

$\Rightarrow$  ۶۸

$\Rightarrow$  ۶۹

$\Rightarrow$  ۷۰

$\Rightarrow$  ۷۱

$\Rightarrow$  ۷۲

$\Rightarrow$  ۷۳

$\Rightarrow$  ۷۴

$\Rightarrow$  ۷۵

$\Rightarrow$  ۷۶

$\Rightarrow$  ۷۷

$\Rightarrow$  ۷۸

$\Rightarrow$  ۷۹

$\Rightarrow$  ۸۰

$\Rightarrow$  ۸۱

$\Rightarrow$  ۸۲

$\Rightarrow$  ۸۳

$\Rightarrow$  ۸۴

$\Rightarrow$  ۸۵

$\Rightarrow$  ۸۶

$\Rightarrow$  ۸۷

$\Rightarrow$  ۸۸

$\Rightarrow$  ۸۹

$\Rightarrow$  ۹۰

$\Rightarrow$  ۹۱

$\Rightarrow$  ۹۲

$\Rightarrow$  ۹۳

$\Rightarrow$  ۹۴

$\Rightarrow$  ۹۵

$\Rightarrow$  ۹۶

$\Rightarrow$  ۹۷

$\Rightarrow$  ۹۸

$\Rightarrow$  ۹۹

$\Rightarrow$  ۱۰۰

$\Rightarrow$  ۱۰۱

$\Rightarrow$  ۱۰۲

$\Rightarrow$  ۱۰۳

$\Rightarrow$  ۱۰۴

$\Rightarrow$  ۱۰۵

$\Rightarrow$  ۱۰۶

$\Rightarrow$  ۱۰۷

$\Rightarrow$  ۱۰۸

$\Rightarrow$  ۱۰۹

$\Rightarrow$  ۱۱۰

$\Rightarrow$  ۱۱۱

$\Rightarrow$  ۱۱۲

$\Rightarrow$  ۱۱۳

$\Rightarrow$  ۱۱۴

$\Rightarrow$  ۱۱۵

$\Rightarrow$  ۱۱۶

$\Rightarrow$  ۱۱۷

$\Rightarrow$  ۱۱۸

$\Rightarrow$  ۱۱۹

$\Rightarrow$  ۱۲۰

$\Rightarrow$  ۱۲۱

$\Rightarrow$  ۱۲۲

$\Rightarrow$  ۱۲۳

$\Rightarrow$  ۱۲۴

$\Rightarrow$  ۱۲۵

$\Rightarrow$  ۱۲۶

$\Rightarrow$  ۱۲۷

$\Rightarrow$  ۱۲۸

$\Rightarrow$  ۱۲۹

$\Rightarrow$  ۱۳۰

$\Rightarrow$  ۱۳۱

$\Rightarrow$  ۱۳۲

$\Rightarrow$  ۱۳۳

$\Rightarrow$  ۱۳۴

$\Rightarrow$  ۱۳۵

$\Rightarrow$  ۱۳۶

$\Rightarrow$  ۱۳۷

$\Rightarrow$  ۱۳۸

$\Rightarrow$  ۱۳۹

$\Rightarrow$  ۱۴۰

$\Rightarrow$  ۱۴۱

$\Rightarrow$  ۱۴۲

$\Rightarrow$  ۱۴۳

$\Rightarrow$  ۱۴۴

$\Rightarrow$  ۱۴۵

$\Rightarrow$  ۱۴۶

$\Rightarrow$  ۱۴۷

$\Rightarrow$  ۱۴۸

$\Rightarrow$  ۱۴۹

$\Rightarrow$  ۱۵۰

$\Rightarrow$  ۱۵۱

$\Rightarrow$  ۱۵۲

$\Rightarrow$  ۱۵۳

$\Rightarrow$  ۱۵۴

$\Rightarrow$  ۱۵۵

$\Rightarrow$  ۱۵۶

$\Rightarrow$  ۱۵۷

$\Rightarrow$  ۱۵۸

$\Rightarrow$  ۱۵۹

$\Rightarrow$  ۱۶۰

$\Rightarrow$  ۱۶۱

$\Rightarrow$  ۱۶۲

$\Rightarrow$  ۱۶۳

$\Rightarrow$  ۱۶۴

$\Rightarrow$  ۱۶۵

$\Rightarrow$  ۱۶۶

$\Rightarrow$  ۱۶۷

$\Rightarrow$  ۱۶۸

$\Rightarrow$  ۱۶۹

$\Rightarrow$  ۱۷۰

$\Rightarrow$  ۱۷۱

$\Rightarrow$  ۱۷۲

$\Rightarrow$  ۱۷۳

$\Rightarrow$  ۱۷۴

$\Rightarrow$  ۱۷۵

$\Rightarrow$  ۱۷۶

$\Rightarrow$  ۱۷۷

$\Rightarrow$  ۱۷۸

$\Rightarrow$  ۱۷۹

$\Rightarrow$  ۱۸۰

$\Rightarrow$  ۱۸۱

$\Rightarrow$  ۱۸۲

$\Rightarrow$  ۱۸۳

$\Rightarrow$  ۱۸۴

$\Rightarrow$  ۱۸۵

$\Rightarrow$  ۱۸۶

$\Rightarrow$  ۱۸۷

$\Rightarrow$  ۱۸۸

$\Rightarrow$  ۱۸۹